UNIVERSITÉ DU BURUNDI
GRENIER DU SAVOIR DU BURUNDI
Dépôt institutionnel officiel
https://repository.ub.edu.bi

Modélisation et Optimisation de la Production Agricole : Cas de la Province Bubanza

Ndayegamiye, Gaspard; Superviseur : Pr Havyarimana Vincent

2024
UB/ENS
https://repository.ub.edu.bi/handle/123456789/1922

Document téléchargé depuis le **Grenier du Savoir du Burundi** — https://repository.ub.edu.bi

UNIVERSITE DU BURUNDI (UB)

ECOLE NORMALE SUPERIEURE (ENS)

MASTER EN DIDACTIQUE DES SCIENCES

OPTION : MATHEMATIQUE

MODELISATION ET OPTIMISATION DE LA PRODUCTION AGRICOLE : CAS de la province Bubanza

Par :
NDAYEGAMIYE Gaspard

Superviseur :
Pr HAVYARIMANA Vincent

Mémoire présenté et soutenu publiquement en vue de l'obtention du grade de Master en Didactique des Sciences Mathématiques

Bujumbura, Juillet 2024

COMPOSITION DU JURY

Pr. NIBARUTA Gilbert *(Président du jury)*

Dr. MBAZUMUTIMA Vianney *(Secrétaire)*

Pr. HAVYARIMANA Vincent *(Directeur de mémoire)*

DEDICACES

Dieu tout Puissant ;

Mes regrettés parents ;

Mon épouse et à mes enfants ;

Mes regrettés frères et sœur ;

Mes frères et sœurs ;

Toutes mes connaissances ;

Je dédie ce Mémoire.

Remerciements

Le travail réalisé dans ce manuscrit, n'aurait pas vu le jour sans le soutien aussi bien spécifique qu'humain que m'a apporté mon directeur de mémoire, le professeur HAVYARIMANA Vincent de l'Ecole Normale Supérieure (ENS). Sa compétence, sa sympathie, sa patience avec lesquelles, il m'a encadré, m'ont été indispensables pour mener à bien ce travail. Je le remercie pour m'avoir guidé jusqu'au bout pour la réalisation de ce manuscrit. Mes remerciements s'adressent aussi aux membres du jury pour avoir accepté d'examiner mon travail. Il m'est très agréable de remercier les directeurs généraux de la F.A.O, et ceux de l'ISTEEBU qui m'ont fait l'honneur de me fournir des données qui m'ont servies à la réalisation de mon travail.

Je tiens à remercier aussi les autorités locales de la province BUBANZA, qui m'ont permis l'exploitation de la prospection effectuée dans le cadre de la récolte des données. Nous témoignons aussi notre gratitude à ma chère épouse pour ses sacrifices, ses conseils pertinents et son sens de responsabilité et compréhension à mon égard durant la période de mes études et qu'à travers elle puisse nos enfants trouvaient l'expression de ma gratitude sentie enfin de me laisser le temps de terminer mon parcours.

Résumé

La population burundaise vit essentiellement de l'agriculture et de l'élevage. La production agricole a une importance capitale dans la vie de la communauté burundaise. Néanmoins l'agriculture burundaise est influencée négativement par plusieurs facteurs qui rendent la production plus faible. C'est dans cette optique que nous avons voulu participer à la contribution de la résolution des problèmes liés à la mauvaise production. Notre travail porte sur « Modélisation et Optimisation de la production agricole en province BUBANZA ». L'échantillon de cette province a été tiré aléatoirement parmi les 18 Provinces que compte le Burundi. En utilisant la programmation linéaire par la méthode de Simplexe, nous avons analysé certains facteurs qui influencent la production, ce sont en général : l'irrigation, la main d'œuvre et les terrains bien aménagés et autres. Les résultats montrent que la commune MUSIGATI connait une faible production par rapport aux autres communes et la commune GIHANGA vient en tête en matière de la production. Ces résultats montrent aussi que la commune MUSIGATI avait au paravent la valeur de la variable x_1=5 ha pris comme terrain alloué à la culture de maïs et (x_2=7 ha) le terrain alloué à la culture de haricots, mais après l'optimisation elle possède respectivement 4,29ha et 12,14 ha. Nous avons utilisé un logiciel LINDO qui intervient non seulement à la vérification des résultats que la méthode de Simplexe apporte, mais aussi il nous donne d'autres informations telles que : L'état de la solution actuelle, le nombre d'itérations nécessaires pour résoudre le problème, la quantité de violation des contraintes, le nombre des variables entières, etc.

ABSTRACT

The Burundian population primarily depends on agriculture and livestock for their livelihood. Agricultural production plays a crucial role in the life of the Burundian community. However, agriculture in Burundi is negatively affected by several factors that lead to low productivity. With this in mind, we aimed to contribute to solving the problems related to poor agricultural output. Our study focuses on "Modeling and Optimization of Agricultural Production in Bubanza Province." The sample for this province was randomly selected from Burundi's 18 provinces. Using linear programming through the Simplex method, we analyzed several factors that influence production, such as irrigation, labor, well-prepared land, and others. The results show that Musigati commune has lower agricultural production compared to other communes, while Gihanga commune ranks highest in terms of output. The findings also reveal that Musigati initially allocated 5 hectares (x_1) for maize cultivation and 7 hectares (x_2) for beans. After optimization, the allocations changed to approximately 4.29 hectares for maize and 12.14 hectares for beans. We used LINDO software, which not only verifies the results obtained through the Simplex method but also provides additional information such as: the status of the current solution, the number of iterations required to solve the problem, the degree of constraint violation, the number of integer variables, and more.

TABLE DES MATIERES

COMPOSITION DU JURY i
DEDICACES ii
Remerciements iii
Résumé iv
ABSTRACT v
TABLE DES MATIERES vi
Liste des tableaux viii
Listes des graphiques x
SIGLES ET ABREVIATIONS xi
AVANT PROPOS xii
Introduction générale 1
CHAPITRE. I. CONTEXTE GENERAL ET SECTEUR AGRICOLE DE LA PROVINCE BUBANZA 3
1.1 Situation géographique 3
1.2 Démographie 3
1.3 Activités économiques 4
1.4. Aménagement : bassins versants, marais, irrigation 5
1.5. Climat 12
1. 5.1. Population agricole 12
1.5.2. Agriculture 13
1.6. Capital terrestre 13
1.7. Comparaison des superficies et production des quatre dernières campagnes 15
1.7.1. Superficie 15
1.7.2. Production vivrière 15
1.7. 3. Utilisation des intrants 16
1.7.4. Accès aux ressources productives 20
1.7.4.1. Utilisation des fertilisants 20

CHAPITRE II : GENERALITE SUR LES NOTIONS DE MINIMUM ET DE MAXIMUM D'UNE FONCTION 31

2.1. Introduction 31

2.2. Lien entre le minimum et maximum d'une fonction avec la recherche opérationnelle..... 31

2.3. Variation d'une fonction..... 31

CHAPITRE III : OPTIMISATION DE LA PRODUCTION AGRICOLE 34

3.1. Programmation linéaire..... 34

3.1.1. Définition..... 34

3.1.2. Les étapes de formulation d'un programme linéaire 34

3.1.3. Résolution d'un problème linéaire par méthode de simplexe..... 34

3.2. Forme standard du problème..... 36

3.3. Méthode du tableau..... 37

CHAPITRE IV : ANALYSE DES RESULTATS DE LA METHODE DE SIMPLEXE PAR LE LOGICIEL LINDO 45

4.1. Introduction 45

4.2. Résolution d'un problème 45

4.3. Rapport des informations sur la solution optimale..... 49

Conclusion Générale 51

Références bibliographiques 52

Liste des tableaux

Tableau 1 : Superficie, population, densité 3
Tableau 2: Les Marais 6
Tableau 3:Main d'œuvre et heure de travail par ha en Commune GIHANGA 7
Tableau 4: Main d'œuvre et heure de travail par ha en Commune MUSIGATI .. 7
Tableau 5: Quantité d'irrigation par ha en m3en Commune de GIHANGA 7
Tableau 6:Quantité d'irrigation par ha en m3 en Commune MUSIGATI 8
Tableau 7: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune BUBANZA 8
Tableau 8: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune GIHANGA 9
Tableau 9: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune MPANDA 9
Tableau 10: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune MUSIGATI 10
Tableau 11:Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune RUGAZI 10
Tableau 12: Superficies allouées aux cultures de haricots et de maïs en commune GIHANGA et en Commune MUSIGATI 11
Tableau 13: Répartition des ménages agricoles suivant le sexe du chef du ménage en Province BUBANZA 12
Tableau 14:Proportion des populations agricoles adhérant aux organisations des producteurs en % 12
Tableau 15: Superficies des plaines en ha en province BUBANZA en 2016 ... 13
Tableau 16: Superficie moyenne cultivée par ménage en ha 14
Tableau 17: Production moyenne par ménage en Kg Production équivalent céréales par ménage 14
Tableau 18:Comparaison de comparaison de trois campagnes 15
Tableau 19: Production vivrière des quatre dernières campagnes : Unité : TEC 15
Tableau 20: : Engrais importé pour les cultures vivrières par saison (en tonne) 16
Tableau 21:Quantité d'engrais commandés pour les cultures vivrières en tonnes 16

Tableau 22: Evolution de commande d'engrais en tonnes province BUBANZA 17
Tableau 23: Evolution de l'utilisation des produits phytosanitaires 18
Tableau 24: Nombre des semences de maïs subventionnées en tonnes par province pour la saison agricole. 19
Tableau 25: Evolution des productions des semences à BUBANZA 19
Tableau 26: Proportion des ménages utilisant les engrais en 2019-2020 saisons A, B, C 20
Tableau 27 : Utilisation des produits phytosanitaires en 2019-2020 toutes les saisons 21
Tableau 28: Utilisation des semences et des plants améliorées de la campagne 2019-2020 21
Tableau 29: Proportion de répartition des semences et plant améliorés par toutes les saisons 22
Tableau 30:Tableau 29 : Organisation des producteurs 22
Tableau 31:Tableau 30 : Proportion des ménages encadrés par saison 22
Tableau 32: production totale de certaines cultures vivrières par saison et par année (en kg) 23
Tableau 33: Production des certaines cultures vivrières de 2015 (en tonnes) 23
Tableau 34:Tableau 33 : Prix des principales. Denrées alimentaires en Francs Burundais pendant les 3 ans 27
Tableau 35:TABLEAU 34 : Commune GIHANGA 29
Tableau 36:TABLEAU 35 : Commune MUSIGATI 29
Tableau 37: Commune MUSIGATI 35
Tableau 38: Commune MUSIGATI 38
Tableau 39: simplexe suivant issu de l'application de la règle de pivot 43

Liste des graphiques

Graphique 1: Représentation graphique des marais en matière d'irrigation dans la province de BUBANZA 10
Graphique 2: Evolution de commande d'engrais chimique en tonnes selon les années 17
Graphique 3: Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison A 25
Graphique 4:Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison B 26
Graphique 5: Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison C 27

SIGLES ET ABREVIATIONS

ENAB : Enquête Nationale de l'Agriculture du Burundi

ENS : Ecole Normale Supérieure

FAO : Food Agriculture Organisation

ISTEEBU : Institut des Statistiques et d'Etudes Economiques du Burundi

M.O : Main d'Œuvre

ODD : Objectif de développement Durable

OMS : Organisation Mondiale de la Santé

OP : Organisation des Producteurs

PV : Prix de Vente

TEC : Tonnes Equivalent Céréales

AVANT PROPOS

Ce mémoire est le fruit de plusieurs mois de travail, de réflexion et d'investigation sur ''*Modélisation et Optimisation de la Production Agricole : Cas de la Province Bubanza''.* Il s'inscrit dans le cadre de l'obtention d'un diplôme de Master en Didactique des Sciences, Option Mathématiques et a été réalisé sous la supervision du Professeur HAVYARIMANA Vincent.

Ce travail m'a permis de développer mes connaissances sur la modélisation et l'optimisation, mais aussi d'affiner ma capacité d'analyse, de recherche et de synthèse. Je tiens à préciser que cet écrit ne prétend pas à apporter une réponse définitive, mais vise plutôt à contribuer à la réflexion sur l'optimisation de la production agricole dans la province de Bubanza surtout en Commune Musigati. Je remercie vivement toutes les personnes qui ont, de près ou de loin, rendu ce travail possible.

Introduction générale

L'agriculture est une activité traditionnelle et vitale. Elle est à l'origine de l'apparition des civilisations et du développement qui s'en est suivi. Les peuples anciens sont sédentarisés en pratiquant l'agriculture pour subvenir à leurs besoins qui montent avec la croissance des populations. L'agriculture occupe alors une place importante dans la vie des populations[8].

Cependant, selon le rapport de l'organisation des Nations Unies pour l'alimentation et l'agriculture de 2016, l'agriculture et la sécurité alimentaire sont influencées par le changement climatique. L'amélioration de l'agriculture permet de contribuer à l'atteinte du deuxième Objectif de Développement Durable (ODD) qui consiste à éliminer, d'ici 2030, la faim et la malnutrition sous toutes ses formes. La malnutrition constitue un problème à la santé publique dans le monde.

En effet, selon l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS), 815 millions de personnes souffrent de la faim et des millions d'enfants sont sous l'emprise de la malnutrition en 2016. L'agriculture constitue le moteur de la vie des populations en Afrique en général et Afrique subsaharienne en particulier, étant donné que la majorité (environ 80%) de la population vit des petites exploitations agricoles[17].

Les principales cultures rencontrées dans cette partie de l'Afrique sont entre autres, les maïs, le riz, la pomme de terre, la patate douce, les haricots, la banane etc.

Au Burundi environ 90% de la population vivent de l'agriculture. Les terres cultivables sont individuelles et s'amenuisent de plus en plus à cause de la forte croissance démographique.

Ce sont surtout les femmes non instruites qui s'occupent de l'exploitation agricole et cette agriculture est, en grande partie, non mécanisé. La qualité et la quantité des produits agricoles laissent à désirer, ce qui fait que la population soufre de l'insécurité alimentaire. Le pouvoir d'achat de la population est limité[19].

En effet, environ 80% de la population Burundaise vivent sous le seuil de pauvreté, soit avec moins d'un dollar américain par jour. L'agriculture est influencée par le climat qui est chaud et humide. Bien que le secteur agricole soit influencé par plusieurs facteurs, notre étude se limite aux effets des saisons et des variations de la production selon les années ainsi que les intrants sur ce secteur.

Elle porte aussi sur certains facteurs comme : l'irrigation, les mains d'œuvre aussi bien que les terrains bien aménagés[13].

Dans notre étude, on a résolu un problème d'irrigation observée en commune MUSIGATI par la méthode de Simplexe tout en prenant comme référence aux données de la commune GIHANGA qui est en avance en matière d'irrigation. Enfin pour rendre plus consistant les résultats, nous avons utilisé un logiciel d'optimisation LINDO pour la vérification et l'analyse des résultats fournis par la méthode de Simplexe.

Ainsi, notre travail est constitué d'une introduction générale, de quatre chapitres et d'une conclusion générale.

Le premier chapitre de notre étude, commence par le contexte général et secteur agricole de la province, c'est-à-dire la description de la province et sa situation économique et sociale. Le second chapitre porte sur la généralité sur les notions de minimum et de maximum d'une fonction où on montre le lien entre la recherche opérationnelle et ces notions précédemment citées.

Le troisième chapitre concerne l'optimisation et la production agricole où on définit la programmation linéaire en utilisant la méthode de simplexe.

Le quatrième chapitre concerne la mise en application d'un cas pratique en utilisant un Logiciel pour la résolution des programmes linéaires (LINDO). Nous faisons l'interprétation des données par le programme linéaire qui analyse les modèles en utilisant la méthode de Simplexe.

En fin, dans la conclusion générale, nous citons les problèmes rencontrés dans la production agricole. Dans l'avenir, nous allons étendre notre recherche dans toutes les provinces du pays, si les moyens nous le permettent.

CHAPITRE. I. CONTEXTE GENERAL ET SECTEUR AGRICOLE DE LA PROVINCE BUBANZA

1.1 Situation géographique

La province de Bubanza, dont le chef-lieu porte le même nom, a été choisie aléatoirement parmi dix-huit provinces que compte le BURUNDI.

Ainsi, elle est découpée en 5 communes subdivisées en 15 zones. Ces dernières sont subdivisées en leur tour en 90 collines de recensement. La commune Musigati est la plus grande au point de vue superficie suivie respectivement par Gihanga, Rugazi, Bubanza et Mpanda qui est la plus petite commune avec une superficie inférieure à 150 km^2 .

1.2 Démographie

Sur le plan humain en 2021, la province Bubanza compte 348488 habitats sur une superficie de 1089.04 km^2.

Les densités sont encore élevées,320 habitats par km^2 à l'échelle en moyenne dans la province, contre 313/km^2 à l'échelle du pays (SPAT 2010). La commune MPANDA est particulière car elle a une densité moyenne de 527 habitats au km^2, comme le montre le tableau ci-après :

Tableau 1 : Superficie, population, densité

Commune	Superficie (km^2)	Population	Densité (hab. /km2)
BUBANZA	224.82	85880	382
GIHANGA	287.32	53222	185
MPANDA	125.50	66195	527
MUSIGATI	293.82	84231	287
RUGAZI	157.58	58660	372
TOTAL	**1089.04**	**348188**	**320**

Source : **ministère de l'Agriculture, service des statistiques,2016**

1.3 Activités économiques

La Province de BUBANZA se compte parmi les provinces à productions agricoles moyenne du pays. En effet, son hydrographie et sa population ne lui permettent pas de pratiquer une culture intensive et diversifiée malgré ses sols riches et sa diversité climatique comme dans les autres provinces du pays, plus de 90% de la population de BUBANZA vit de l'agriculture. On y pratique les cultures vivrières, les cultures industrielles, maraîchères et fruitières.

Le système de production est traditionnel et présente les mêmes caractéristiques que celles rencontrées dans toutes les autres provinces du pays. Il repose sur une multitude d'exploitations familiales de faible superficie (moyenne nationale de 40 are /exploitant) et se distingue par l'usage d'un outillage rudimentaire, l'utilisation de la main d'œuvre familiale et non rémunérée.

Les produits de la récolte sont généralement destinés à l'auto consommation, le peu de surplus obtenu étant réservé au marché pour permettre à la famille de subvenir aux besoins de première nécessité.

Les engrais et produits phytosanitaires sont peu utilisés puisque rares, coûteux et souvent sont indisponibles.

Les semences améliorées font également défaut et quand elles sont disponibles, elles sont fortement dégénérées. Cette situation est à la base des faibles rendements qu'enregistrent les cultures.

Le mode de culture prédominant est l'association des cultures, à l'exception du riz exploité en monoculture par certains paysans. La province connaît 3 saisons à savoir :

1. **Saison A** de **Septembre** à **Février** avec comme cultures : maïs, riz, haricots, manioc, patate douce et bananier.
2. **Saison B** de **Février** à **Mai** : haricot, riz, patate douce, maïs et pomme de terre.
3. **Saison C** de **Mai** à **Septembre** : pomme de terre, patate douce, manioc, haricot et maïs.

Certaines cultures telles que le riz, la patate douce et le manioc sont cultivées toute l'année. Pour les activités vivrières, il existe une division de travail en fonction du sexe.

Pour les cultures vivrières les femmes exécutent tous les travaux agricoles. Pour les cultures de rente, l'homme et la femme participent aux travaux culturaux. L'homme intervient également dans l'élevage et la production de la bière de banane.

Bien que les femmes jouent un rôle important pour le bien être de sa famille et du développement de la province, le rôle de l'homme reste dominant dans la gestion de la famille.

Le régime foncier pratiqué dans la province de BUBANZA est de type coutumier reconnaissant les droits de la propriété et d'exercices aux familles au sein desquels les individus ont des droits et des devoirs.

La malnutrition sévit dans la province de BUBANZA à cause de la pauvreté et des habitudes alimentaires de la majorité de sa population. L'alimentation de base est composée de trois catégories d'aliments à savoir :

- Les céréales
- Les légumineuses
- Et les tubercules

Le seul aliment de prédominance protidique consommé quotidiennement est le haricot. Par manque d'huile, les lipides font défaut dans la consommation alimentaire journalière.

1.4. Aménagement : bassins versants, marais, irrigation

Dans la province de BUBANZA, il existe beaucoup de bassins versants des marais aménagés et non aménagés. Les marais non aménagés sont exploités de façon anarchique. Ces marais sont repartis dans toutes les communes de la province, mais tous ne sont pas replis dans le tableau suivant :

Tableau 2: Les Marais

COMMUNE	Nom du Marais	Superficie en ha	Superficie Aménagé	Superficie non exploité (ha)
BUBANZA	Randa	200	110	90
	Kajeke	20	0	20
	Kabirizi	7	0	7
	Kizina	150	0	150
	Nyaburiga	8	0	8
GIHANGA	Kaniga	10	0	10
	Nacavu	15	0	15
	Mushanga	30	0	30
	Mpanda	600	0	0
	Rusizi	1000	0	1000
MPANDA	Musenyi	5	0	5
	Mpanda	850	0	850
	Gifurwe	4	0	4
	Kidwebezi	12	12	0
	Aberré	4	4	0
MUSIGATI	Nyamugerera	2	0	2
	Kivyuka	2	0	2
	Nyaburiga	2	0	2

Dans la province de BUBANZA, l'irrigation est généralement pratiquée dans les trois communes à Savoir : GIHANGA, MPANDA et BUBANZA. Ces trois communes disposent d'une vaste étendue de plaine irrigable. La commune GIHANGA vient en tête suivi de MPANDA et enfin vient la commune de BUBANZA.[19]

Tableau 3:Main d'œuvre et heure de travail par ha en Commune GIHANGA

Culture	**Heure de travail par ha**		**Total**
	Employés	**Propriétaires**	
Maïs	200	350	550
Haricot	150	300	450
TOTAL	350	650	1000

Tableau 4: Main d'œuvre et heure de travail par ha en Commune MUSIGATI

Culture	**Heure de travail par ha**		**Total**
	Employés	**Propriétaires**	
Maïs	25	75	100
Haricot	20	70	90
TOTAL	45	145	190

Tableau 5: Quantité d'irrigation par ha en m3en Commune de GIHANGA

Culture	Quantité en m^3
Maïs	20
Sorgho	30
Haricot	25

Source : Enquête faite sur terrain

Tableau 6:Quantité d'irrigation par ha en m3 en Commune MUSIGATI

Culture	Quantité en m^3
Maïs	2
Sorgho	5
Haricot	3

Dans ce tableau, on constate que la quantité d'irrigation est beaucoup plus prononcée pour la culture du Sorgho où cette culture a besoin de l'eau en permanence jusqu'à la récolte.

Répartition des communes de la Province de BUBANZA par superficie en ha en matière d'irrigation.

L'irrigation est une composante clé de la production agricole, il s'agit d'un investissement qui permet de diminuer les risques liés aux aléas climatiques dans la production maraichère.

Tableau 7: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune BUBANZA

Nom du Marais	**Superficie en ha**
RANDA	200
KAJEKE	20
KABIRIZI	7
KIZINA	150
NYABURIGA	6
TOTAL	377

Tableau 8: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune GIHANGA

Nom du Marais	Superficie en ha
KANIGA	10
NACAVU	15
MUSHANGA	30
MPANDA	600
RUSIZI	1000
TOTAL	1655

Source :[17]

Tableau 9: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune MPANDA

Nom du Marais	Superficie en ha
MUSENYI	5
MPANDA	850
GIFUGWE	4
KIDWEBEZI	12
KABERE	4
TOTAL	875

Tableau 10: Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune MUSIGATI

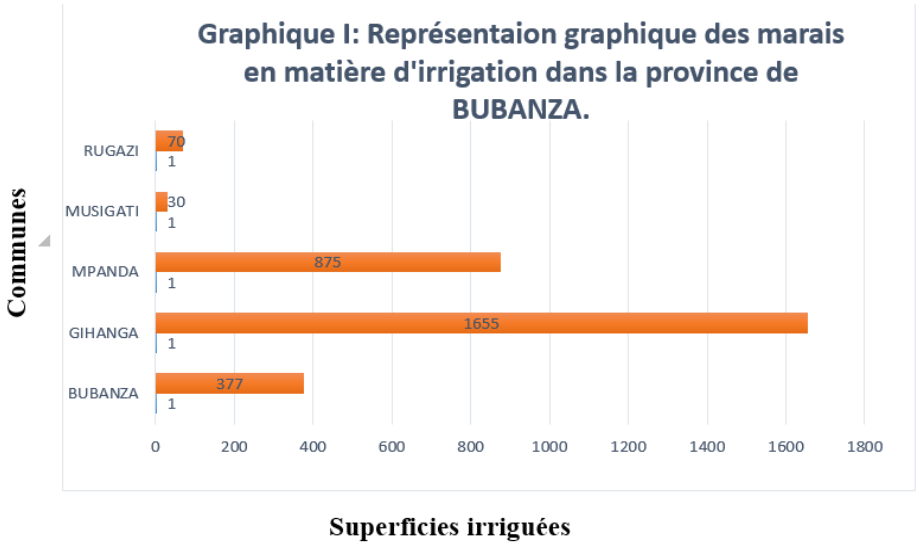
Nom du Marais	**Superficie en ha**
NYAMUGERERA	2
KIVYUKA	2
NYABURIGA	2
MPANDA	3
KITENGE	18
NYABIZIBA	3
TOTAL	30

Source :[19]

Tableau 11:Répartition par superficie en ha en matière d'irrigation en commune RUGAZI

Nom du Marais	**Superficie en ha**
MIGENDE	15
NYAKABANDE	10
NYABANTU	5
NYAGAHANDE	15
KINYWANUMA	17
NYARUZOGI	8
TOTAL	70

Graphique 1: Représentation graphique des marais en matière d'irrigation dans la province de BUBANZA



À la vue des tableaux précédents et à partir de la représentation graphique on constate que parmi les Communes de la Province BUBANZA, la Commune de MUSIGATI vient en dernier lieu en matière d'irrigation, ce qui fait que la production est trop faible par rapport aux autres communes.

Dans notre travail nous allons montrer comment on peut obtenir une grande production par optimisation de certains facteurs en prenant comme référence aux données de la commune GIHANGA qui est en avance en matière d'irrigation.

Tableau 12: Superficies allouées aux cultures de haricots et de maïs en commune GIHANGA et en Commune MUSIGATI

1. Commune GIHANGA

Culture	Superficie en ha
Haricot	240
Maïs	360
TOTAL	600

2. Commune MUSIGATI

Culture	Superficie en ha
Haricot	5
Maïs	7
TOTAL	12

Source : enquête sur terrain

1.5. Climat

Le climat est déterminé par les régions naturelles dans lesquelles se trouvent la province de BUBANZA, cette dernière est à cheval basée sur trois régions naturelles à savoir IMBO, MUGAMBA, et MUMIRWA aux caractéristiques bien distinctes et possède à ce fait une grande diversité de cultures.

La durée de la saison sèche est en relation étroite avec le total annuel des précipitations durée moyenne est de 3,5 à 4 mois, elle est réduite à environ 3 mois dans les régions pluvieuses de crête est se prolonge à 4,5 au 5 mois dans l'IMBO.

Notre objectif est d'examiner, l'effet des saisons selon les années sur la production agricoles. Il s'agit aussi d'examiner l'évolution de la production vivrière au cours des saisons et des années dans la province de BUBANZA[17].

1. 5.1. Population agricole

L'agriculture Burundaise a pour mission fondamentale d'assurer à tous les Burundais, la sécurité alimentaire en qualité et quantité.

Les tableaux suivants montrent la répartition des populations agricoles de la province BUBANZA, à partir de 2015, date d'apparition du premier rapport de l'ENAB.

Tableau 13: Répartition des ménages agricoles suivant le sexe du chef du ménage en Province BUBANZA

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Masculin	60461	60740	60556	60556	66719	66134
Féminin	15724	15446	15630	15630	18735	19320

De façon globale, la population agricole augmente d'une année en année et cela est due à l'augmentation aggravante de la population Burundaise.

Tableau 14:Proportion des populations agricoles adhérant aux organisations des producteurs en %

Saison A	Saison B	Saison C
6,3	7,2	7,9

Ce tableau montre que le taux de la population agricole adhérant aux organisations des producteurs est très faible, ce qui fait que le rendement au niveau de la production est moyennement faible.

1.5.2. Agriculture

L'agriculture de la province BUBANZA, est une agriculture qui dépend entièrement des précipitations pour son approvisionnement en eau, seul le riz irrigué régulièrement ; elle produit une grande partie de la nourriture consommée par les communautés.

Les productions vivrières ont généralement classé en cinq grands groupes à savoir :

- Les céréales
- Les légumineuses
- Les racines et les tubercules
- Les oléagineux
- Ainsi que les bananes

La conversion de la production totale des cultures vivrières en tonnes équivalent céréale (TEC) a été opérée. Cette production en TEC est associée à l'effectif de la population estimée par ménage et permet aux utilisateurs et chercheurs d'avoir des éléments pour leur servir aux analyses de la sécurité alimentaire et nutrition.

Les tableaux qui suivent, montrent le niveau d'utilisation des terres, des intrants, les productions obtenues, les infrastructures associent à l'agriculture et les prix à la productivité des certains produits agricoles.

1.6. Capital terrestre

Tableau 15: Superficies des plaines en ha en province BUBANZA en 2016

		Périmètre		Périmètre		Périmètre en	
Nombre	Superficie en ha	Nombre	Superficie	Nombre	Superficie	Nombre	Superficie
16	16237	9	15280	4	750	0	0

Ce tableau montre que le périmètre à réhabiliter au niveau superficie est assez grand (750) et il n'y a pas de périmètre encours d'aménagement ou en étude.

Tableau 16: Superficie moyenne cultivée par ménage en ha

Année	Saison A	Saison B	Saison C
2017-2018	0,312	0,356	0,223
2018-2019	0,163	0,448	0,097

Tableau 17: Production moyenne par ménage en Kg Production équivalent céréales par ménage

Année	Saison A	Saison B	Saison C
2017-2018	112,5	65,7	22,4
2018-2019	121	142,9	11
2019-2020	207	144,6	17,6

Source : Enquête **réalisée sur terrain**.

- ✓ Les ménages qui sont dirigées par les hommes sont à 77,3% de l'ensemble de ménage agricole. Seulement 22,7% des ménages agricoles sont dirigées par les femmes.

Les ménages dirigés par les femmes sont moins nombreux par rapport à ceux dirigés par les hommes. Les chefs de ménage les plus âgés se retrouvent dans le groupe des femmes (60ans) et le chef de ménage le plus jeune est dans le groupe des hommes (42 ans).

Masculin	Féminin	Total	% Masculin	% Féminin
223 037	263 383	486 421	46%	54%

La population agricole observée est de 486 421 dont 46% sont des membres de ménage de sexe masculin et 54 % sont des membres de ménage de sexe féminin

1.7. Comparaison des superficies et production des quatre dernières campagnes

1.7.1. Superficie

La superficie totale cultivée au cours de la campagne 2019-2020 a connu une augmentation par rapport aux trois campagnes précédentes.

Tableau 18:Comparaison de comparaison de trois campagnes

Années	Sup. Total (ha)	Sup/Ménage (ha)
2016-2017	72 080	0,95
2017-2018	69 000	0,91
2018-2019	94 377,15	1,1

Au cours de la campagne 2019-2020 la superficie totale cultivée a connu une augmentation de 26,38% par rapport aux autres campagnes. La superficie moyenne cultivée par ménage a connu aussi une augmentation pour la campagne agricole 2019-2020 par rapport aux autres campagnes.

1.7.2. Production vivrière

Tableau 19: Production vivrière des quatre dernières campagnes : Unité : TEC

Année	**Production**	**Production/Ménage**
2016-2017	136717	1,8
2017-2018	129812	1,5
2018-2019	129812	1,5
2019-2020	206710	2,4

Source : Enquête réalisée sur terrain.

La production vivrière de la campagne 2019-2020 a augmenté respectivement de 0,6% par rapport au trois campagnes précédentes.

1.7. 3. Utilisation des intrants

La notion des intrants retenue dans cet annuaire en globe les semences, les engrais et les produits phytosanitaires.

Actuellement, les subventions aux intrants agricoles accordées par le gouvernement et dans le cadre du projet permettent de réduire considérablement les couts de production et les prix de vente des denrées alimentaires d'une part et l'augmentation de la production d'autre part.

Tableau 20: : Engrais importé pour les cultures vivrières par saison (en tonne)

Année	2016			2017			2018			2019			
Type d'Engrais	A	B	Total	A	B	Total	A	B	Total	A	B	C	Total
DAP	13037,0	11508,8	24.545,80	11282	12304,3	23586,3	21655,1	15676,1	37331,1	17665,1	1508,7	344,7	19518,5
UREE	1339,6	2467,4	3807	4834,9	3563,8	8398,7	4621,8	4648,2	9269,9	6381,4	5569,4	891,7	12842,5
KCL	159	84,9	243,9	200,3	245,4	445,7	392	419	811,3	481	450	45,6	976,6
NPK	341,9	-	341,9	612,4	462,9	1075,3	1260	789,7	2049,8	652,1	856,6	46,8	1555,5
BURUNDI	14877,5	14061,1	28938,6	16929,6	16576,3	33505,9	27928,9	21533,2	49462,1	25179,6	8384,7	1328	34893,1

Source :[8]

N.B : La précommande de NPK en 2016 B n'a pas eu lieu

Ce tableau montre que les quantités d'engrais de type A est assez importante durant toute ces années, cela signifie que ce type d'engrais intervient beaucoup dans la production agricole

Tableau 21:Quantité d'engrais commandés pour les cultures vivrières en tonnes

Année	2020			2021		
Type d'engrais	Saison A	Saison B	Saison C	Saison A	Saison B	Saison C
DAP/ Imbura	20811	16419	2277	24071	1326	148
UREE/ Bagara	8272	461	113	1219	7	1
KCL/ Totahaza	241988	4677	1652	8306	89	35
BURUNDI	271072	21558	4042	33596	1422	184

Dans ce tableau nous concluons qu'il y a une différence significative au niveau de la quantité d'engrais commandée pour les cultures vivrières. Ici on constate

que la quantité nécessaire pour la saison C, est peu significative, faute de la sécheresse. Cela engendre une faible production agricole.

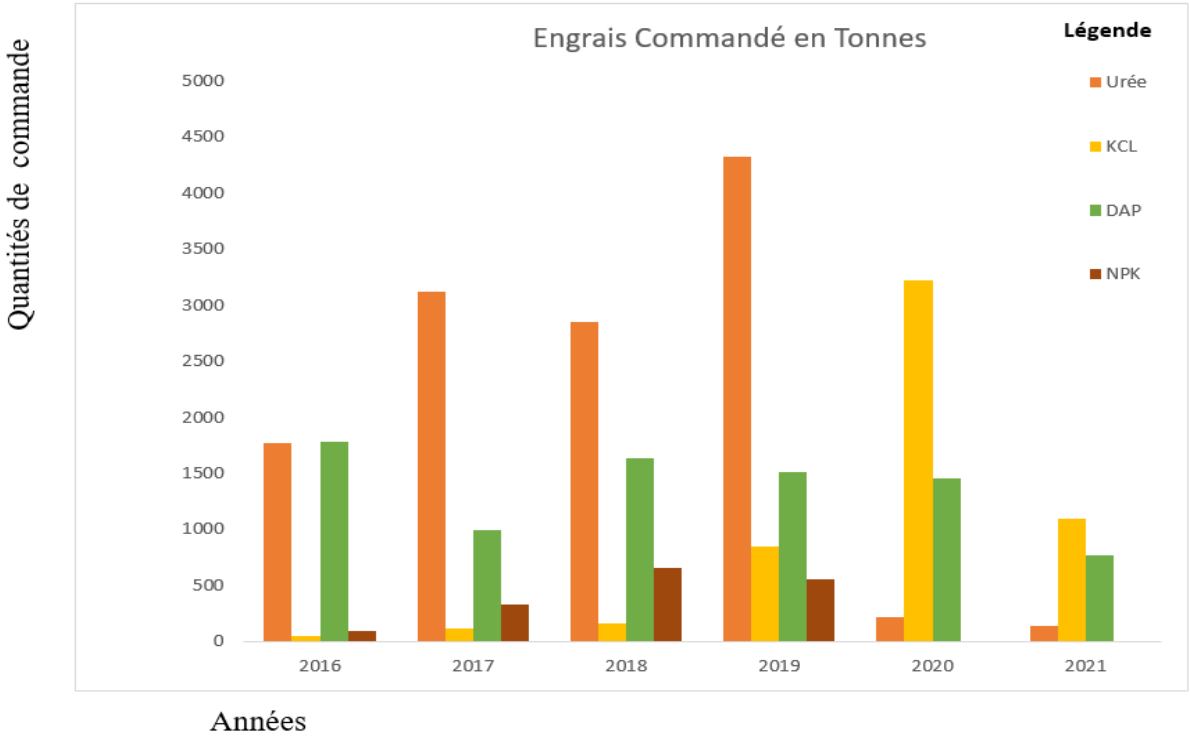
Tableau 22: Evolution de commande d'engrais en tonnes province BUBANZA

2016				2017				2018				2019				2020			2021		
DAP	UREE	KCL	NPK	DAP	UREE	KCL	NPK	DAP	UREE	KCL	NPK	DAP	UREE	KCL	NPK	DAP	UREE	KCL	DAP	UREE	KCL
1776	1769	44	93	992	3123	115	332	1632	2848	163	661	1509	4322	849	551	1458	223	3220	774	137	1097

Source :[12]

Dans ce tableau, nous constatons que la quantité d'engrais commandés va en diminuant au fur des années à l'exception de NPK, cela est due au fait que le pays a adopté à la fabrication des engrais locaux via la FOMI.

Graphique 2: Evolution de commande d'engrais chimique en tonnes selon les années



A la vue de ce graphique, il semble que la quantité de commande d'engrais chimique (Urée) est plus élevée en 2019 comparativement aux autres années. Par contre, la quantité de commande de NPK est identiquement faible pour toutes les années.

Tableau 23: Evolution de l'utilisation des produits phytosanitaires

Années	Insecticides	Quantités	Fongicides	Quantités	mollaicide	Quantités
2020	Duduacelamective	14210 l	Mancozebe 80wp	19600l	0	0
	Cypermethrine	3570 l	phostoxine	42l	0	0
	Dimethoate	1850 l	-	-	0	0
2021	orthene	3300 kg	Mancozèbe 80wp	116105 kg	0	0
	Duduacelamective	9100 l	Oxychlorure de cuivre	456000kg	0	0
	Dudufénos	1500 l	Lidomil NZ63.3	2800kg	0	0
	Cypermethrine	26000 l				
	Dimethoate	29835 l				
	Décis 25EC	1000 l				
	Roket	51.077 l				
	Actalmsuper	17125 l				
	Cotalm p315 kg	1000 kg				

L'utilisation des produits phytosanitaire est faible et cela est dû à la méconnaissance de l'existence des produits et au coût élevé de ces derniers.

Tableau 24: Nombre des semences de maïs subventionnées en tonnes par province pour la saison agricole.

Saison A 2019		Saison B 2020		Saison C 2021	
Maïs composition (en tonnes) 39	Maïs hybride (en tonnes) 11	Maïs composition (en tonnes) 4081	Maïs hybride (en tonnes) 1400	Maïs composition (en tonnes) 0	Maïs hybride (en tonnes) 11

Tableau 25: Evolution des productions des semences à BUBANZA

Année	Espèce	Variété	Catégorie	Quantité produite en Kg
2017	Maïs	Espoir	Pré base	777
	Riz	WAB 2099	Pré base	3 000
	Riz	Murwiza	Base	65 762
	Riz	Rwizumwimbu	Base	5 000
	Riz	BASMATI-370-2	Certifié	1 000
	Riz	Tox-3154	Pré base	5 220
	Soja	Soprosoy	Base	130
	Soja	Peka 6	Base	130
2018	Haricot	Mosé (88002)	Base	358
	Haricot	KATX69	Base	1869
	Riz	Murwiza	Certifié	13 99 76
	Riz	Murwiza	Base	3 000

	Riz	Musesekara	Base	5 200
	Riz	Gwizumwimbu	Pré base	850
	Riz	Murwiza	Pré base	873
	Riz	Musesekara	Pré base	750
2019	Riz	Kazosi	Pré base	7971
	Maïs	Ecavel 1	Base	20500
	Maïs	Espoir	Base	4 000
	Soja	Soprosoy	Certifié	238
	Soja	Peka 6	Certifié	100

Source :[17]

1.7.4. Accès aux ressources productives

1.7.4.1. Utilisation des fertilisants

Au niveau de l'utilisation des fertilisants, les ménages agricoles qui utilisent la fumure organique sont plus nombreux et représentent 40,5% en saison A, 49,8% en Saison B et 54% en Saison C.

Parmi les engrais chimiques, l'engrais le plus utilisé est le DAP, celui-ci est utilisé dans une proportion de 17,4% en Saison A, 38,1% en Saison B et 32,5 % en Saison C

Tableau 26: Proportion des ménages utilisant les engrais en 2019-2020 saisons A, B, C

Saison	NPK	UREE	DAP	KCl	Chaux	Fumure organique	Autres engrais
A	11,4	28,2	22,8	8,2	6,6	42,9	7,3
B	1,1	18,8	19,6	0,7	0,0,	25,2	0
C	1,9	8,7	6,3	0,5	0	15,5	-

Au cours de la saison C, les ménages utilisent peu de fertilisants alors qu'au cours de la saison A, ils utilisent beaucoup de fertilisants

Tableau 27 : Utilisation des produits phytosanitaires en 2019-2020 toutes les saisons

Saison	Herbicides	Insecticides	Fongicides	Raticides	Autres
A	-	53	10,3	1,2	5
B	-	22,8	13,3	1,5	-
C	1,21	5	2,8	-	-

Au cours des saisons A et B, les ménages utilisent plus d'insecticides et fongicides alors que les herbicides sont utilisés uniquement en saison C

Tableau 28: Utilisation des semences et des plants améliorées de la campagne 2019-2020

Les semences et les plants utilisés par les ménages, sont constitués par les haricots, les maïs, le riz, la pomme de terre, le manioc et les rejets de bananes. C'est au cours de la saison B où les ménages ont beaucoup utilisé les semences et plants améliorés (13,2%)

Saison	Oui	Non
A	2,2	97,8
B	13,2	86,8
C	6,5	93,5

Tableau 29: Proportion de répartition des semences et plant améliorés par toutes les saisons

Saison	Haricot	Maïs	Riz	Pomme de Terre	Manioc	Banane	Autres
A	36,4	36	4,3	100	38,9	64,7	7,1
B	5,6	28	37,4	-	8,5	2,3	21
C	10,7	-	-	-	13	1,7	13,6

La disponibilité des semences et plants améliorés au cours de la saison B, montre que le riz a été le plus semé (37,4%), suivi du maïs (28%), manioc (8,5%) et du haricot (5,6%) par rapport aux autres semences améliorées.

Tableau 30:Tableau 29 : Organisation des producteurs

L'encadrement des ménages reste très faible (Inférieur à 30%) et peu de ménages adhèrent aux organisations des producteurs.

Proportion des ménages adhérant à une organisation des productions.

Saison	Proportion
A	27,4
B	6,7
C	3,7

Au niveau de toute la province, le taux d'adhésion des ménages aux OP le plus significatif, est celui de la saison A qui compte 27,4%

Tableau 31:Tableau 30 : Proportion des ménages encadrés par saison

Saison	Proportion
A	27
B	5,9
C	11

Le taux moyen d'encadrement le plus élevé s'observe au cours de la saison A (27%)

1.7.4.2. Production des cultures Vivrières

Tableau 32: production totale de certaines cultures vivrières par saison et par année (en kg)

Culture/année	Saison A	Saison B	Saison C	Total
Maïs en 2019	13336	14167	34	27537
Maïs en 2020	9872	14167	-	24038
Sorgho en 2019	-	520	-	520
Sorgho en 2020	-	520	-	520
Riz en 2019	9687	16538	-	26225
Riz en 2020	7283	16539	76	23898
Haricot en 2019	3365	17586	43	20994
Haricot en 2020	26174	17586	205	43964

Tableau 33: Production des certaines cultures vivrières de 2015 (en tonnes)

2015			**2016**		
Haricot	2015 A	4501	Haricot	2016 A	3985
	2015 B	7517		2016 B	4440
	2015 C	43		2016 C	3970
Maïs	2015 A	5942	Maïs	2016 A	4677
	2015 B	1562		2016 B	1778

	2015 C	57		2016 C	1447
Sorgho	2015 A	35	Sorgho	2016 A	-
	2015 B	-		2016 B	10
	2015 C	-		2016 C	213
Riz	2015 A	651	Riz	2016 A	3985
	2015 B	1582		2016 B	984
	2015 C	-		2016 C	515

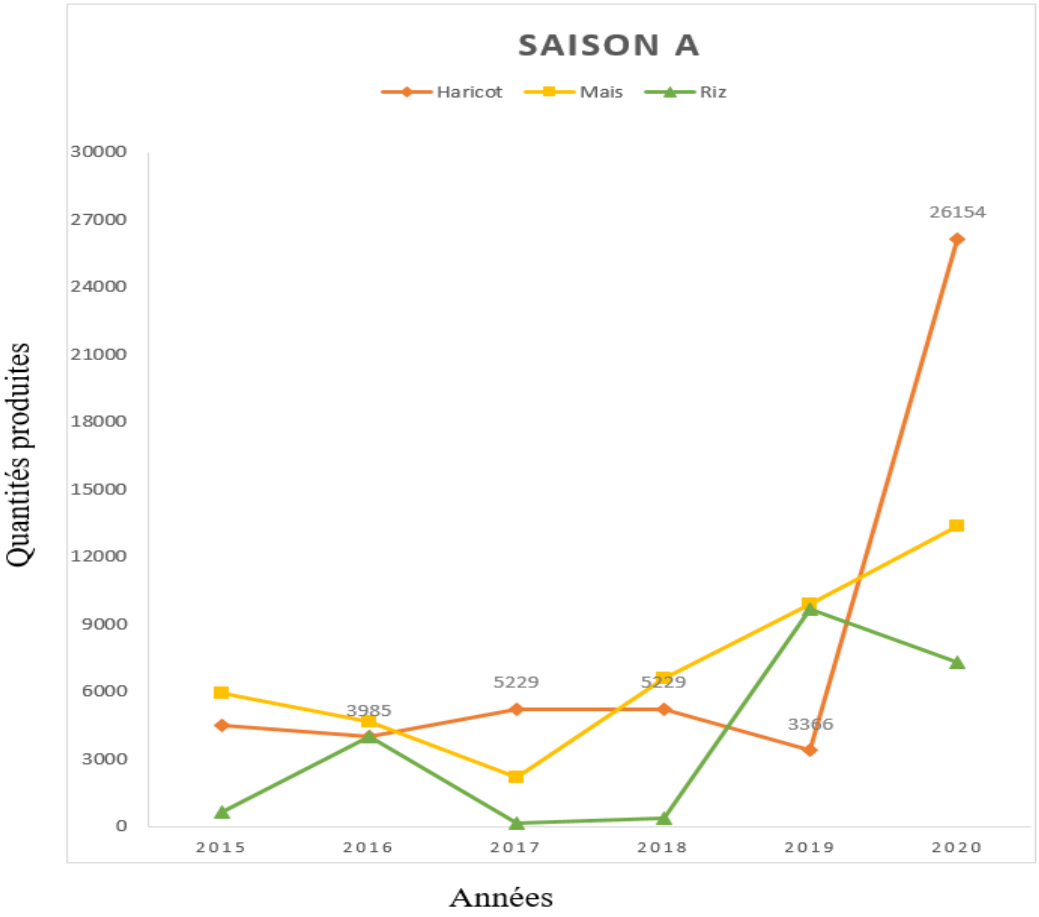
2017			**2018**		
Maïs	2017 A	2200	Maïs	2018 A	6600
	2017 B	916		2018 B	1817
	2017 C	1446		2018 C	414
Sorgho	2017 A	-	Sorgho	2018 A	-
	2017 B	-		2018 B	72
	2017 C	213		2018 C	213
Riz	2017 A	142	Riz	2018 A	344
	2017 B	302		2018 B	895
	2017 C	515		2018 C	450
Haricot	2017 A	2042402	Haricot	2018 A	5299
	2017 B	5412		2018 B	9844576
	2017 C	4312		2018 C	5550

2019			**2020**		
Maïs	2019 A	9872	Maïs	2020 A	13336

	2019 B	14167		2020 B	14167
	2019 C	-		2020 C	34
Sorgho	2019 A	-	Sorgho	2020 A	-
	2019 B	520		2020 B	52
	2019 C	-		2020 C	-
Riz	2019 A	9687	Riz	2020 A	7283
	2019 B	16538		2020 B	16539
	2019 C	-		2020 C	76
Haricot	2019 A	3366	Haricot	2020 A	26154
	2019 B	17586		2020 B	17585
	2019 C	42		2020 C	205

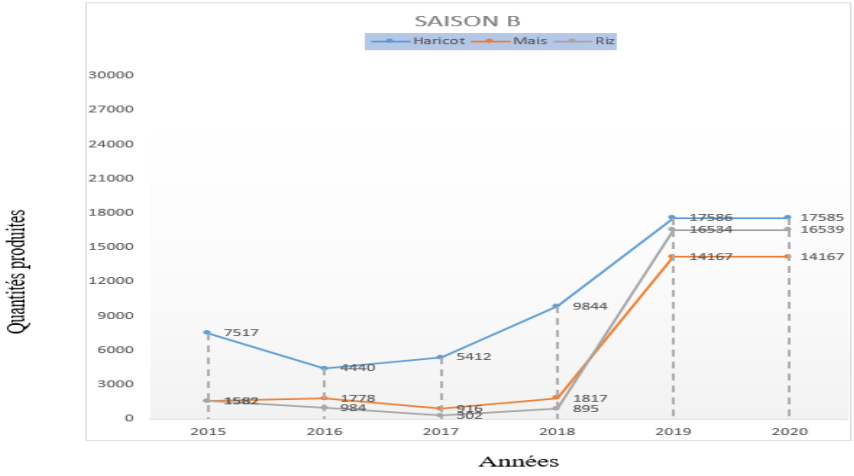
Source : ENAB,2021

Graphique 3: Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison A



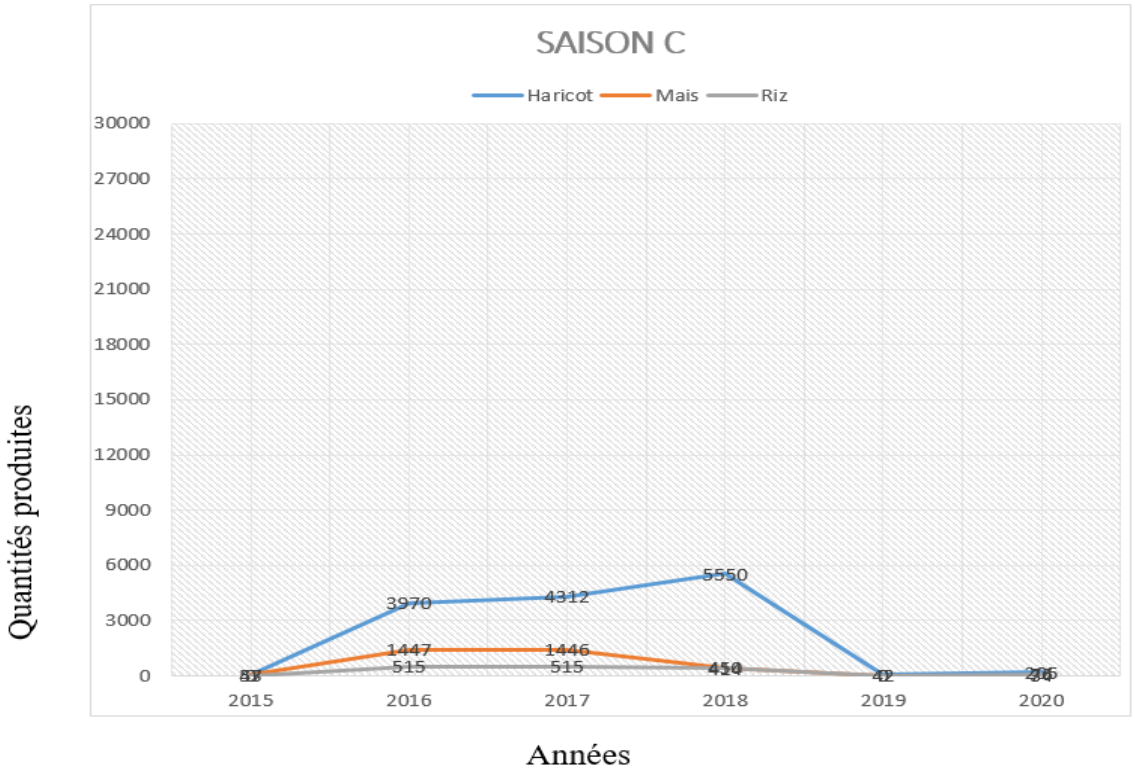
Pour la saison A, nous constatons une différence très accentuée de la production agricole entre les années, ainsi nous voyons que la production agricole est assez élevée à partir de l'année 2019 pour les cultures des maïs et des haricots

Graphique 4:Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison B



Pour la saison B les résultats montrent que la production est beaucoup plus significative à partir de l'année 2019 et nous constatons que la production des haricots est toujours assez élevée par rapport aux autres cultures.

Graphique 5: Evolution de la production de certaines cultures vivrières selon les années pour la saison C



Pour cette saison, toutes les cultures affichent le même comportement, à l'exception de la culture des haricots, les autres cultures restent au plus bas niveau, cela est due en grande partie à l'absence de pluie.

En somme, à partir de tous ces résultats ci-haut montrés, il semble que la production vivrière moyenne est plus élevée pour la saison A et B et surtout à partir de l'année 2019 laquelle année, où on a fait beaucoup de commandes d'engrais chimiques surtout l'UREE.

Tableau 34:Tableau 33 : Prix des principales. Denrées alimentaires en Francs Burundais pendant les 3 ans

L'objectif principal de la collecte des prix de certains produits alimentaires et d'informer les décideurs, les chercheurs, les agriculteurs, les commerçants et les consommateurs sur la disponibilité, l'accessibilité des produits alimentaires de

première nécessité afin de leur permettre de prendre des mesures adéquates liées à la sécurité alimentaire.

Produit	janv-19	févr-19	mars-19	avr-19	mai-19	juin-19	juil-19	août-19	sept-19	oct-19	nov-19	déc-19	**M.A**
Haricot	1350	1200	1150	1250	1300	1250	1200	1250	1300	1350	1350	1250	**1267**
Riz Grain	1650	1650	1700	1800	1650	1600	1600	1550	1700	1750	1800	2000	**1708**
Maïs Grain	1200	900	900	900	900	900	700	650	700	1500	1500	1500	**1046**

Produit	janv-20	févr-20	mars-20	avr-20	mai-20	juin-20	juil-20	août-20	sept-20	oct-20	nov-20	déc-20	**M.A**
Haricot	600	600	1200	1300	1500	1500	1200	800	1000	1300	1000	900	**1075**
Riz Grain	1800	1800	1800	2000	2000	2000	2000	2200	2400	2450	2500	2500	**2121**
Maïs Grain	550	450	1000	1500	1250	1250	1000	550	700	800	950	950	**913**
Produit	janv-21	févr-21	mars-21	avr-21	mai-21	juin-21	juil-21	août-21	sept-21	oct-21	nov-21	déc-21	**M.A**
Haricot	600	600	1200	1300	1500	1500	1200	800	1000	1300	1000	900	**1075**
Riz Grain	1450	1450	1500	1800	1800	1800	1800	1800	1400	1550	1600	1550	**1625**
Maïs Grain	550	450	1000	1500	1250	1250	1000	550	700	800	800	550	**867**

Source :**Enquête réalisée sur terrain.**

Si on se réfère aux données des prix moyen observés en province BUBANZA, on dégage les bénéfices moyennes sur les principales denrées alimentaires en Francs Burundais par ha en 2021pour les deux communes GIHANGA et MUSIGATI

Tableau 35:TABLEAU 34 : Commune GIHANGA

Culture	**Quantités**	**Dépenses**	**PV**	**Bénéfices**
Haricot	2 tonnes	1 125 000	2 150 000	1 125 000
Maïs	3,5 tonnes	952 300	3 034 500	2 082 200

Tableau 36:TABLEAU 35 : Commune MUSIGATI

Culture	**Quantité**	**Dépenses**	**PV**	**Bénéfice**
Haricot	0,29tonnes	120000	340000	220000
Maïs	0,33 tonnes	176000	426000	250000

Source : Enquête réalisée sur terrain.

Discussion

La production agricole est influencée négativement par le fait de combiner plusieurs cultures dans un même champ. Cette combinaison des cultures est pratiquée dans toute la province de BUBANZA. De ce fait, ces cultures entrent en compétition non seulement à la recherche de la lumière qui facilite la photosynthèse mais également à celle des éléments nutritifs qui favorisent la croissance. Le manque d'alternance des cultures dû à la rareté des terres cultivables est aussi un facteur qui influence la baisse de la production agricole. Notre étude montre que la production agricole moyenne diffère selon les saisons et les années. La disparité de la production agricole selon les saisons est expliquée par la variation de la pluviométrie. Par exemple, en saison B, il pleut abondamment dans la mesure où elle correspond à la grande saison des pluies. C'est au cours de cette dernière où une grande variété de cultures est observée. Pendant cette période, les cultures qui dominent sont entre autres le haricot et les bananes. En général, la production est abondante par rapport aux autres saisons sauf que les agriculteurs associent plusieurs variétés de cultures. La saison A, quant à elle, correspond à la petite saison des pluies et est caractérisée par une pluviosité irrégulière et peu de Cultures comme le maïs et le manioc sont pratiquées.

La baisse de la production agricole au cours de la saison C est due en grande partie au fait que la culture se fait principalement dans les marais car elle correspond à la saison sèche.

Dans le chapitre suivant nous allons montrer comment on peut optimiser la production en commune MUSIGATI tout en se référant aux données de la commune GIHANGA qui est en avance dans le domaine d'irrigation. On va modéliser la culture de maïs et de haricot qui sont des aliments qui couvrent toutes les saisons et qui sont consommés quotidiennement.

CHAPITRE II : GENERALITE SUR LES NOTIONS DE MINIMUM ET DE MAXIMUM D'UNE FONCTION

2.1. Introduction

En recherche opérationnelle, les notions de minimum et de maximum d'une fonction sont essentielles pour l'optimisation et la prise de décision.

Voici les principales généralités sur ce concept :

1. Un minimum (maximum) d'une fonction est une valeur où la fonction atteint son plus bas (plus haut) niveau dans un certain domaine
2. Recherche des extrema (maximum ou minimum) avec des dérivées.

   Les dérivées permettent de trouver les points critiques d'une fonction, ce qui aide à identifier le maxima et le minima locaux.

   Ainsi ses notions sont cruciales pour résoudre divers problèmes à savoir l'optimisation linéaire qui consiste à trouver les maxima et les minima d'une fonction linéaire sous les contraintes linéaires selon la méthode de Simplexe. [20]

2.2. Lien entre le minimum et maximum d'une fonction avec la recherche opérationnelle

L'optimisation consiste à trouver la meilleure solution parmi un ensemble des solutions possible selon en critère donne :

L'objectif principal est donc toujours soit un minimum soit un maximum d'une fonction appelée fonction objectif. [21]

2.3. Variation d'une fonction

Définition : Soit une fonction f définie sur un domaine D et I un intervalle de D.

- $\boldsymbol{f}$ est croissante sur I si et seulement si pour tout $x_1, x_2 \in I$,telsque$x_1 \leq x_2$, on a $f(x_1) \leq f(x_2)$,
- $\boldsymbol{f}$ est décroissante sur I si et seulement si pour tout $\boldsymbol{x_1, x_2 \in I}$,telsque $\boldsymbol{x_1 \leq x_2}$,on a $\boldsymbol{f(x_1) \geq f(x_2)}$,
- $\boldsymbol{f}$ est constante sur I si et seulement si il existe un k $\in \mathbb{R}$ telque pour tout réel $x\ de\ I$,ona $f(x) = k$.

Interprétation :

- Pour une fonction croissante, plus on avance dans les x croissantes, plus on avancera dans les $f(x)$ croissants. Pour un premier x_1,on aura l'image $f(x_1)$ et pour un $x_2$plus grand que x_1,on aura un $f(x_2)$ plus grand que le $f(x_1)$.Donc la fonction monte au fur et à mesure qu'on avance dans les x,elle croit.
- Pour une fonction décroissante, plus on avance dans les x croissants, plus on avancera dans les $f(x_1)$ décroissants. Pour un premier x_1, on aura l'image$f(x_1)$, et pour un $x_2$plus grand que x_1, on aura un $f(x_2)$ plus petit que le $f(x_1)$. Donc la fonction descend au fur et à mesure qu'on avance dans les x, elle décroît. [22]

a) **Maximum et minimum d'une fonction**

Soit une fonction croissante sur un intervalle D_1, puis décroissante sur un intervalle D_2, et encore croissante sur un intervalle D_3, etc. Elle passera par un maximum et un minimum (si elle ne part pas à l'infini).

Définition : Soit une fonction f définie sur un domaine D et I un intervalle de D et x_0 un réel de I.

- $f(x_0)$ est le minimum de f sur I si et seulement si pour tout $x\in$ I on a $f(x) \geq f(x_0)$,
- $f(x_0)$est le maximum de f sur I si et seulement si pour tout x $\in$ I on a $f(x) \leq f(x_0)$

En fait, si toutes les valeurs de $f(x)$ sont supérieurs à la valeur (x_0), c'est que $f(x_0)$ est la plus petite valeur de la fonction. $f(x_0)$est le minimum de la fonction. Et si toutes les valeurs de $f(x)$ sont inférieurs à la valeur de $f(x_0)$, c'est que$f(x_0)$ est la plus grande valeur de la fonction. $f(x_0)$Est le maximum de la fonction.

Il faut noter que les fonctions qui tendent vers l'infini ne possèdent pas de maximum (ou de minimum). Si une fonction possède un maximum (ou un minimum), il est unique, mais il peut être atteint plusieurs fois.

Théorème du maximum :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle] a; b[et continue sur [a; b]. Si f possède un maximum relatif au point d'abscisse $x_0\in$]a; b[,alors $f'(x_0) = 0$.

Théorème du minimum :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle] a; b[et continue sur [a; b]. Si f possède un minimum relatif au point d'abscisse $x_0 \in$]a; b[,alors $f'(x_0) = 0$.

Démonstration du théorème du maximum :

On sait par hypothèse que$f$ est dérivable au pointx_0, c'est-à-dire que le nombre

$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$existe.

On sait d'autre part que si une limite en un point existe, alors les limites à gauche et à droite de ce point existent, sont égales entre elles et égales à la limite, donc

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \quad .$$

Si la fonction f possède un maximum relatif enx_0, alors dans un voisinage de ce point on doit avoir$f(x) \leq f(x_0)$, c'est-à-dire$f(x) - f(x_0) \leq 0$et ceci pour tous les points de ce voisinage. Si $x < x_0$ c'est-à-dire $x - x_0 < 0$; $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est positif et il suit que $\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \geq 0$. Si $x > x_0$, c'est-à-dire $x - x_0 > 0$, $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est négatif et il suit que $\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \leq 0$. Mais comme ces deux limites doivent être égales, elles ne peuvent qu'être égales à 0. D'où $\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0 = \lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$et finalement $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$,ce quimontreque $f'(x_0) = 0$. [15]

En somme, les notions de maximum et de minimum sont fondamentales dans la recherche opérationnelle car elles permettent d'optimiser les gains, réduire les coûts et maximiser les gains dans divers domaines comme la logistique, la production et la gestion des ressources.

CHAPITRE III : OPTIMISATION DE LA PRODUCTION AGRICOLE

Dans ce chapitre, nous allons montrer comment optimiser la production par la programmation linéaire en utilisant la Méthode de Simplexe. Mais avant l'utilisation de cette méthode, nous allons développer la notion de maximum et minimum d'une fonction, qui va nous aider à mieux comprendre ce processus.

3.1. Programmation linéaire

3.1.1. Définition

On appelle programmation linéaire, le problème mathématique qui consiste à optimiser (maximiser ou minimiser) une fonction linéaire de plusieurs variables qui sont reliées par des relations linéaires appelées **contraintes.**

L'objectif de la programmation linéaire est de déterminer l'affectation optimale de ressources rares entre les activités ou les produits concurrents.

Elle assure efficacement la combinaison des facteurs de productions c'est qui sous-entend une utilisation optimale de ces facteurs.

3.1.2. Les étapes de formulation d'un programme linéaire

Généralement, il y a trois étapes à suivre pour pouvoir construire le modèle d'un programme linéaire :

- Identifier les variables du problème à valeurs nos connues (variable de décision) et les représenter sous forme symbolique ex :(x_i, y_i)
- Identifier les restrictions (Contraintes) du problème et les exprimées par un système d'équations ou inéquations linéaires.
- Identifier la fonction objective et la représenter sous forme linéaires en fonction des variables de décision, spécifié si le critère de sélection est à maximiser ou à minimiser.

3.1.3. Résolution d'un problème linéaire par méthode de simplexe

L'algorithme de simplexe a servi, depuis 1949, à la résolution de nombreux modèles linéaires relatifs à des problèmes de gestions, de transports, d'affectations.

Aujourd'hui, grâce à la puissance des ordinateurs modernes et perfectionnement des procédés des calculs utilisés par cet algorithme, on peut résoudre des modèles qui comportent des milliers de contraintes et des dizaines de milliers de variables.

Ainsi, en nous référant aux données fournies dans les tableaux ci-haut cités de ce travail, on peut faire un résumé indiquant les variables de décisions et les contraintes comme suit :

Tableau 37: Commune MUSIGATI

Contraintes	Superficie allouée à la culture de maïs	Superficie allouée à la culture du haricot	Besoins
Terrain	5	7	600
Eau	2	3	45
Main d'œuvre	25	20	350

Source : **Données récoltées sur terrain.**

Avant de formuler les contraintes, on doit d'abord donner la fonction objective.

En effet, comme on le voit dans le tableau 12 de ce manuscrit, on constate que le critère de sélection est à maximiser. Donc la fonction objective qui consiste à maximiser le profit apporté par les deux cultures est : $Z = 250000x_1 + 220000x_2$.

Les contraintes qui représentent les facteurs de production sont :

- $Terrain: 5x_1 + 7x_2 \leq 600$
- $Eau: 2x_1 + 3x_2 \leq 45$
- $MO: 25x_1 + 20x_2 \leq 350$

Où x_1, x_2 sont des surfaces allouées à la culture des maïs et des haricots

$x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$

Donc le programme linéaire qui modélise ce problème est :

Max Z= 250000 x_1 + 220000 x_2

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \leq 600 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 45 \quad , \; x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \\ 25x_1 + 20x_2 \leq 350 \end{cases}$$

3.2. Forme standard du problème

La mise sous forme standard consiste à introduire des variables supplémentaires (une pour chaque contrainte) de manière à réécrire les inégalités (≤) sous forme d'égalités.

On transforme le problème par l'ajout des variables à chacune des contraintes qu'on appelle « **Variables d'écarts** » de manière à réécrire les inégalités sous forme d'égalité.

On dit donc qu'un problème est sous la forme standard si c'est un problème d'optimisation dont les variables sont non-négatifs et les contraintes sont des égalités.

Max Z= 250000x_1+ 220000x_2 (1)

$$\text{S/C:} \begin{cases} 5\,x_1 + 7x_2 + S_1 = 600 \; (2) \\ 2x_1 + 3x_2 + S_2 = \; 45 \; (3) \\ 25\,x_1 + 20x_2 + S3 \; = \; 350 (4) \end{cases}$$

$x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$ (5)

L'impact de ces variables d'écarts (S_1, S_2, S_3) sur la fonction objective est nul ceci explique le fait que leur existence soit tout simplement liée à une mise en forme du programme linéaire initial, ces variables d'écart peuvent prendre des valeurs non négatives.

Donc, la procédure algébrique, pour la résolution d'un Programme Linéaire doivent être capable de retrouver des systèmes d'équations où il y a plus de variables que de contraintes.

Finalement, une procédure algébrique pour résoudre les programmes linéaires doit être en mesure de choisir parmi les solutions réalisables ceux qui maximisent la fonction objective.

Pour illustrer cette procédure, supposons que x_2=0 et S_1=0

Notre système devient : $\begin{cases} x_1 = 120 \\ 2x_1 + S_2 = 45 \\ 25x_1 + S_3 = 350 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 120 \\ S_2 = -195 \\ S_3 = -2650 \end{cases}$

Les variables x_1, S_2, S_3 (non nulles) sont dites variables de base et les variables S_1, x_2 (nulles) sont dites variables hors bases.

On note qu'une solution de base n'est pas toujours réalisable. C'est le cas de la solution qu'on vient de retrouver. Pour pallier à ce problème, on a une solution réalisable de base qui serait celle où x_1= x_2=0, ainsi on a :

S_1 = 600, S_2=45, S_3=350,

Cette solution correspond à un point extrême de l'ensemble des solutions réalisables qui est l'origine 0.

A partir de ce point la méthode de simplexe va générer successivement des solutions réalisables de base pour notre système d'équations en s'assurant que la valeur de la fonction objective est en train d'augmenter jusqu'à la solution optimale du problème qui est un point extrême de l'espace des solutions réalisables donc une solution réalisable de base.

Ainsi, on peut décrire la méthode de simplexe comme étant une procédure itérative qui passe d'une solution réalisable de base à une autre jusqu'à atteindre la solution optimale.

Les descriptions mathématiques de ce processus feront l'objectif de la section suivante :

3.3. Méthode du tableau

La méthode de simplexe commence par l'identification d'une solution réalisable de base jusqu'à atteindre à la solution optimale. Ainsi, on doit tout d'abord, retrouver cette solution réalisable de base.

Alors une solution réalisable de base est obtenue en annulant les (n-m) variables de décision et valeur des variables d'écart est strictement donnée par le second membre.

a. Tableau 38: Commune MUSIGATI

Après avoir mis le programme linéaire sous les formes convenables, l'étape suivante est de tracer le tableau de simplexe initial de la manière suivante :

			C_j*Coefficient correspond aux variables de l'objectif*			
				Toutes les variables		
C_i *Coefficients des variables de base*	*VB Les variables de base*	Q_i *Valeur des variables de base*	$A= a_{ij}$ *Matrice des coefficients des contraintes du programme standard*			

Pour notre cas, le tableau de Simplexe initial est le suivant :

			250000	220000	0	0	0
			x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	600	5	7	1	0	0
0	s_2	45	2	3	0	1	0
0	s_3	350	25	20	0	0	1

On remarque qu'on a placé en première ligne les contributions unitaires de toutes les variables de décision x_1, … S_3 dans la fonction objective.

Dans la 3ème ligne, on retrouve la première contrainte de $5x_1+7x_2+S_1=600$

La valeur 600 représente ici la valeur de S_1 relative à la solution réalisable de base initiale.

Dans la première colonne, on trouve la contribution nulle des variables d'écarts qui forment la solution de base initiale.

Les variables qui figurent dans la deuxième colonne sont dites des variables de base.

A chacune de ces variables, on associe la valeur 1 à l'intersection de la ligne et de la colonne relative à cette variable et dans le reste de la colonne, on trouve des zéros.

Dans la section suivante, on examinera la procédure liée à la méthode de simplexe qui permet de passer de cette solution réalisable de base à une autre solution réalisable de base qui donne une meilleure de la fonction objective.

b. Amélioration de la solution

Pour améliorer la solution, il faut générer une autre solution de base (Point extrême) qui augmente la valeur de la fonction Objective. C'est-à-dire, qu'on doit sélectionner une variable hors base et une variable de base et les permuter de telle façon que la nouvelle solution donne une plus grande valeur de la fonction Objective.

Pour savoir si on peut améliorer notre solution réalisable de base initial nous allons introduire deux nouvelles lignes au-dessous du tableau de simplexe.

La 1ère ligne, notée Zj, représente la variation de la valeur de la fonction objective qui résulte du fait qu'une unité de la variable correspondante à la Jème colonne de la matrice A est amenée dans la base. En effet, si on produit un ha supplémentaire de x_1, les valeurs de quelques variables de base vont changer vu qu'on a :

$$\begin{cases} 5x_1 + S_1 = 600 \\ 2x_1 + S_2 = 45 \\ 25x_1 + S_3 = 350 \end{cases}$$

Donc, une augmentation de x_1 de 0 vers 1 va être accompagnée d'une diminution des variables de base S_1, S_2, S_3, respectivement de 5, 2 et25.

L'effet de cette diminution sur la fonction objective est nul car les coefficients des variables d'écarts dans cette fonction sont nuls car

$Z_1 = 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$

La valeur Z_1 est calculée en multipliant le coefficient de la première colonne de la matrice A relatif à la variable x_1 par les coefficients c_i de la première colonne.

$$Z_j = \sum_i a_{ij} C_i$$

Généralement, on a :

La deuxième ligne, notée $C_I - Zj$, représente l'effet net de l'augmentation d'une unité de la J^{ème} variable.

Dans notre cas, l'effet net sur la fonction objectif engendré par l'augmentation d'une unité dans la valeur de x_1 est :

$C_1 - Z_1 = 250000 - 0 = 250000$

Si on prend la même opération le reste des variables on trouve le tableau suivant :

		C_j →	250000	220000	0	0	0
C_i ↓	Q_i ↓	V.B ↓	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3
0	S_1	600	5	7	1	0	0
0	S_2	45	2	3	0	1	0
0	S_3	350	25	20	0	0	1
		Z_j →	0	0	0	0	0
		C_j-Z_j	250000	220000	0	0	0

Variable entrente

En analysant la ligne relative à l'évaluation nette $c_j - z_j$, on remarque une augmentation d'une unité de la valeur de x_1 engendre un profit de 250000fbu, et qu'une augmentation d'une unité de la valeur de x_2 engendre un profit supplémentaire de 220000fbu. Donc, si on a à choisir, on va opter pour une augmentation de la valeur de x_1. On dit que x_1 est la **variable entrante**.

Le problème est maintenant, jusqu'où peut-on augmenter x_1 ?

Cette augmentation ne peut pas se faire infiniment, sous l'hypothèse quela variable x_2 reste nulle, on a : $\begin{cases} 7x_2 + S_1 = 600 \\ 3x_2 + S_2 = 45 \\ 20x_2 + S_3 = 350 \end{cases}$

On peut voir que $x_1$peut prendre comme valeur maximale de 14 (il ne faut pas oublier que les S_i, i=1,2,3 sont des variables positives)

Cette valeur est obtenue en choisissant la plus petite valeur de divisions de 600/5, 45 /2, 350/25.

En général, la valeur maximale de la variable entrante x_j est le minimum des valeurs positives des rapports Q_i par les coefficients de la colonne de la matrice A relatif à la J ème variable.

Ces rapports feront l'objet d'une autre colonne à droite de la matrice A,

On a :

			250000	220000	0	0	0	
			x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	600	5	7	1	0	0	120
0	S_2	45	2	3	0	1	0	22.5
0	S_3	350	25	20	0	0	1	14
			0	0	0	0	0	
			250000	220000	0	0	0	

variable sortante

Variale entrante

Le fait d'augmenter x_1 jusqu'à la valeur 14 va engendrer l'annulation de la valeur de la variable d'écart S_3, ce qui élimine S_3 de la base. On appelle S_3 la **variable sortante**.

L'élément **25** à l'intersection de la ligne relative à la variable sortante S_3(dite ligne pivot) et de la colonne relative à la variable entrante x_1(dite colonne pivot) **est l'élément pivot.**

Calcul des tableaux suivants

Dans le nouveau tableau de simplexe, on va remplacer S_3 par $x_1$et l'ensemble des variables de base devient S_1, S_3, x_1.On exige que x_1 prenne la même place dans la colonne des variables de base que celle de la variable sortante S_3.

Dans ce cas, on doit encore une fois remplir le tableau relatif à cette nouvelle solution de base, en utilisant la règle du pivot :

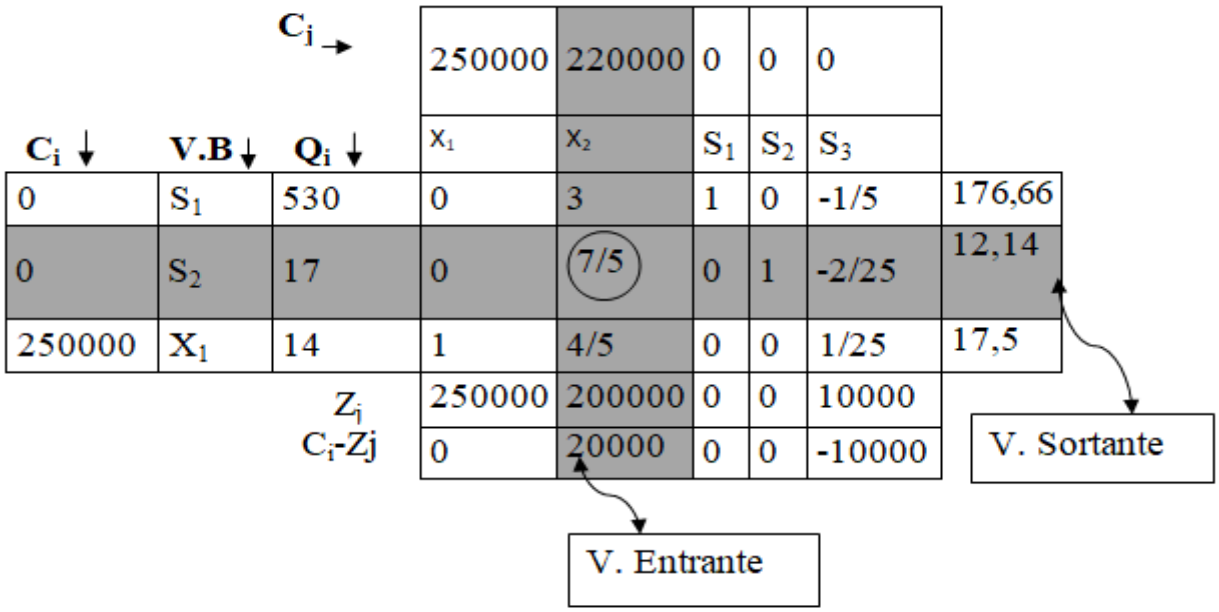
$$\boldsymbol{Nouvelle\ valeur} = Valeur\ ancienne - Valeur\ Correspondante\ de\ la\ colonne\ pivot * \frac{valeur\ correspondant\ de\ la\ ligne\ pivot}{Valeur\ de\ l'élément\ du\ pivot}$$

En appliquant :

			250000	220000	0	0	0
			x_1	x_2	S_1	S_2	S_3
0	s_1	530	0	3	1	0	-1
0	s_2	17	0	7/5	0	1	-2/25
250000	x_1	14	1	4/5	0	0	1/25
0	s_3	9	1	0	0	0	1

Ayant trouvé une nouvelle solution, on veut savoir s'il est possible de retrouver une solution réalisable de base meilleure.

Pour arriver à cela, on ajoute les deux lignes relatives au choix de la variable entrante, et la colonne relatives au choix de la variable sortante.



La variable entrante est x_1 ; elle présente la plus grande valeur $C_j - Z_j$. Si on calcule les quotients Q_i/a_{i2}, on trouve que la variable sortante est S_3 àqui on associe la plus petite valeur de la ration **Q_i/ai2 = 12,14**. L'élément pivot dans ce tableau est **7/5**. La nouvelle base est composée de x_1, S_2,S_3.

Tableau 39: simplexe suivant issu de l'application de la règle de pivot

			250000	220000	0	0	0
			x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
0	s_1	478,58	0	0	1	-15/7	-1/35
220000	x_2	12,14	0	1	0	5/7	-2/35
250000	x_1	4,29	1	0	0	-4/7	1/35
		Z_j	250000	220000	0	308000	8750000
		C_j-Z_j	0	0	0	-308000	-8750000

Donc il n'y a pas une autre solution réalisable de base qui peut engendrer un profit meilleur. Par suite cette dernière solution est la solution optimale. Ce dernier tableau de simplexe est donc dit tableau optimal.

Max Z=250000x_1+220000x_2 est 3742857fbuavec x_1=4.29 et x_2=12.14

On peut généraliser ce résultat en disant que la solution optimale d'un programme linéaire est atteinte s'il n'y a aucune valeur positive dans la ligne C_j-Z_j du tableau du simplexe.

Pour confirmer la valeur que nous venons de trouver nous allons utiliser dans le chapitre suivant un logiciel d'optimisation.

CHAPITRE IV : ANALYSE DES RESULTATS DE LA METHODE DE SIMPLEXE PAR LE LOGICIEL LINDO

4.1. Introduction

LINDO (LINEAR, INTERACTIVE AND DISCRETE OPTIMIZER) est un logiciel utilisé pour résoudre les modèles d'optimisation linéaires, entiers et quadratiques. Une des caractéristiques de LINDO c'est qu'il offre des outils qui peuvent aider à l'analyse des modèles en utilisant la méthode de Simplexe.

4.2. Résolution d'un problème

Dans cette section, on va focaliser notre attention sur les opérations suivantes : introduire les données, résoudre le problème, et analyser les résultats que donne LINDO.

Le programme linéaire qui modélise le problème est :

Max 250000 x_1 + 220000 x_2

$$S/C : \begin{cases} 5x1 + 7x2 \leq 600 \\ 2x1 + 3x2 \leq 45 \\ 25x1 + 20x2 \leq 350 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

a. Introduction des données

Dans tous les modèles de LINDO la fonction objective est définie en première ligne. Dans notre exemple la fonction objective est : Max 250000 x_1 + 220000 x_2

Dans notre cas les contraintes sont :

Subjectif to

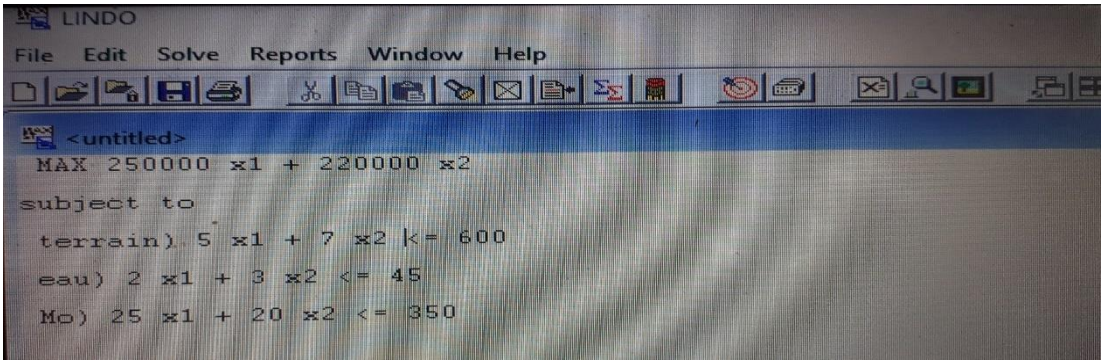
Terrain) 5x_1 + 7 x_2 <= 600

eau) 2 x_1 + 3 x_2 <= 45

Mo) 25 x_1 + 20 x_2 <= 350

On remarque qu'on peut appeler chaque contrainte par un nom nominatif que LINDO va utiliser pour afficher les résultats.

L'écran qu'on obtient après avoir introduit les différents paramètres est le suiva**nt :**



On n'a pas à ajouter les contraintes de non-négativité, LINDO suppose par défaut que les variables de décision sont de types non négatifs.

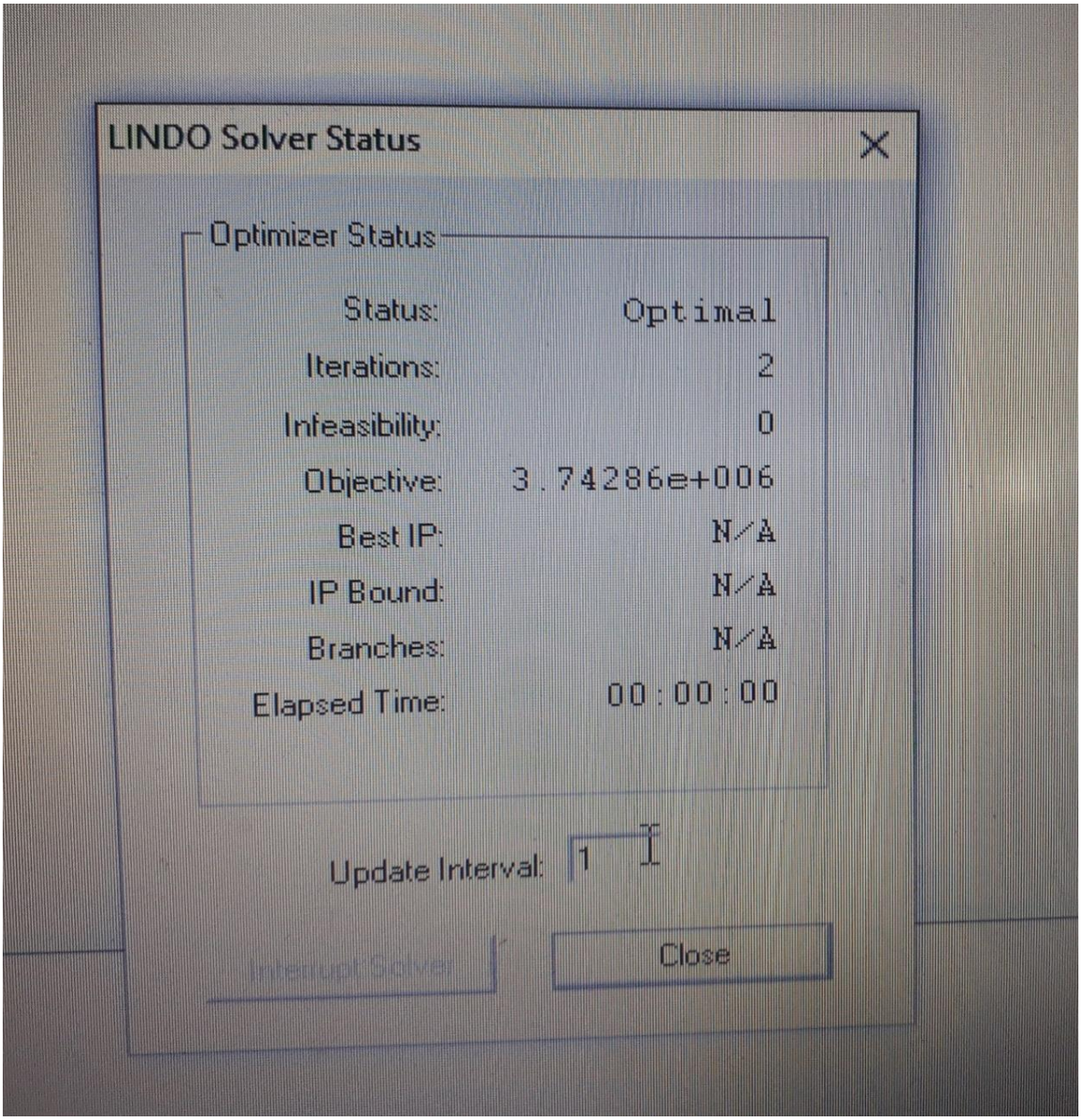
b. Résolution du problème

Après avoir écrit convenablement le programme linéaire, on passe maintenant à la résolution.

Pour résoudre notre programme il faut cliquer sur le bouton «  » dans la barre d'outils. LINDO va commencer ainsi à compiler le modèle.

c. Interprétation des résultats

Avant que LINDO nous propose un premier rapport sur la solution optimale, il nous donne l'état du problème exprimé par cette fenêtre :



Ce rapport préliminaire nous indique :

a. **Status :** Optimal ; Il nous informe sur l'état de la solution actuelle. Elle peut être Optimal (optimale), Feasible (réalisable), Infeasible (non réalisable) ou Unbounded (non bornée).

b. **Itérations** : 2 ; Il indique le nombre d'itérations nécessaire pour résoudre le problème (en utilisant la version révisée de la méthode de Simplexe).

c. **Infeasibility** : 0 ; Ceci indique la quantité de violation dans les contraintes. Objective : 3742857; C'est la valeur de fonction Objective relative à la solution actuelle.

d. **Best IP** : N/A ; C'est la meilleure valeur de la fonction objective. Ceci n'estvraique pour les problèmes de type entier (IP=integerprogramming).

e. **IP Bound** : N/A ; C'est la borne de la fonction objective pour cette solution. Ceci n'est vrai que pour les problèmes de type entier.

f. **Branches : N/A** ; C'est le nombre de variables entiers « branched on » par Lindo. Ceci n'est vrai que pour les programmes de type entier.

g. **Elapsed Time** : 00 :00 :01 ; C'est le temps écoulé avant que le résolveur ne soit invoqué (ce temps est variable même pour le même exemple).

Si on ferme cette fenêtre, on remarque qu'un autre rapport s'affiche.

4.3. Rapport des informations sur la solution optimale.

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      3742857.

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1         4.285714          0.000000
       X2        12.142858          0.000000


      ROW    SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
 TERRAIN)        493.571442          0.000000
     EAU)          0.000000      14285.713867
      MO)          0.000000       8857.142578

NO. ITERATIONS=       2


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                         OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE          DECREASE
      X1   250000.000000     24999.998047    103333.328125
      X2   220000.000000    155000.000000     19999.998047

                         RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                   RHS          INCREASE          DECREASE
 TERRAIN      600.000000         INFINITY       493.571442
     EAU       45.000000         7.500000        17.000000
      MO      350.000000       212.500000        49.999996
```

Dans le tableau ci-dessus s'affichent dans la première colonne les différentes variables de décision et aussi les variables d'écart relatives à chaque contrainte du programme. Leurs valeurs sont données dans la deuxième colonne. On vérifie bien que la solution optimale coïncide avec la solution déjà retrouvée dans les précédents chapitres. La troisième colonne représente les valeurs nettes, $c_j - z_j$. Pour les variables x_1 et x_2, on les appelle « couts réduits » ou « reducedcost » tandis que pour les variables d'écart c'est les prix du**als.**

La première section du rapport est intitulée " *Objective Coefficient Ranges* ". Dans la première colonne, intitulée « *Variable* », toutes les variables optimisables sont énumérées par leur nom. La deuxième colonne, intitulée « *Current Coefficient"*, énumère le coefficient actuel de la variable dans la ligne objective. La troisième colonne, intitulée *AllowableIncrease*, indique le montant que nous pourrions augmenter le coefficient objectif sans modifier les valeurs optimales des variables.

La dernière colonne, intitulée « *AllowableDecrease* », indique le montant que le coefficient objectif de la variable pourrait diminuer avant que les valeurs optimales des variables ne changent.

Notez que pour les deux dernières colonnes, ce sont les changements autorisés, et non les valeurs réelles, par lesquels nous pouvons changer les valeurs actuelles (des coefficients indiqués ou les valeurs constantes à droite des contraintes) et maintenir l'ensemble actuel des variables de base.

Par exemple, les 250000 pour x_1 peuvent être portés à 24999,998047 et nous aurions toujours le même ensemble de variables de base comprenant la meilleure première recherche à laquelle l'optimum se produit. De même, les 250000 pour x_1 peuvent être diminué jusqu' à 103333,32 et nous aurions toujours le même ensemble de variables de base comprenant la meilleure première recherche à laquelle l'optimum se produit.

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons résolu un problème pratique en agriculture en le modélisant en des problèmes de contrôle optimale. Ce problème consiste à optimiser la production agricole dans la province de BUBANZA, en maximisant certaines contraintes telles que les terrains bien aménagés, l'irrigation en eau suffisante, une main d'œuvre suffisante et qualifiée. L'entrée résultante de la modélisation est linéaire. Pour identifier les paramètres, on s'est basé sur les données collectées sur terrain et d'autres sont tirées auprès du ministère de l'agriculture et de l'élevage, de l'ISTEEBU et de la FAO.

Dans ce travail, on s'est intéressé aux données de la commune MUSIGATI qui est en arrière en matière d'aménagement des terrains tout en prenant comme référence aux données de la commune GIHANGA qui est en avance en matière d'irrigation. Le problème considéré est résolu théoriquement par la méthode de simplexe, et on a rendu plus consistant les résultats par utilisation d'un logiciel d'analyse et d'optimisation LINDO. Les résultats de cette analyse ont montré que la commune de MUSIGATI doit pratiquer l'aménagement des terrains par irrigation pour avoir le meilleur rendement qui correspond à la valeur de la fonction objective déjà trouvée. Les modèles utilisés dans ce travail sont simples. Il s'agit d'un premier pas vers un travail de modélisation beaucoup plus général. Il serait intéressant d'amplifier les modèles jusqu'à considérer des problèmes modélisés sur tout le territoire du pays.

A signaler qu'il serait aussi bon d'établir des équipes de recherche conjointes entre Mathématiciens et Agronomes Burundais, afin d'étudier plus finement ce type de problème.

Références bibliographiques

[**1**] **M.N** Chabaca. Maîtrise des performances des systèmes d'irrigation à l'échelle de l'exploitation et de la parcelle. *Economie d'eau en systèmes irrigué s au Maghreb Actes du quatrième atelier régional du projet Sirma, Mostaganem, Algérie, 2008.*

[**2**]**M. Chebbah.** Résolution et implantation du problème min max en contrôle optimale. *Thèse de magister Tizi-Ouzou, 2006.*

[**3**]**El Watan économie**. L'utilisation des engrais reste en deçà des besoins. Page 15, 2008.

[4]Ministère de l'agriculture. Statistiques 20016. Page 54, 2016.

[5]Ministère de l'agriculture service des statistiques. *Statistiques 2015. Service des statistiques, pages 56, 2015.*

[6]L. Pontryagin and al. Mathamaticaltheory of optimal processes. *Eds Mir Moscou, page 504, 1974.*

[7]D. Smadhi and al. Pluviométrie et céréaliculture dans le système *agro-verlag,* Page 744, 2002.

[8]Enquête National Agricole du Burundi.2015-2021.

[9]L. Zellal and D. Smadhi. Evolution de l'irrigation. *Larhyss Journal ISSN 1112-36806 : 65-80, 2007.*

[10]B.Oukacha. Résolution de problème de contrôle optimal. *Thèse de doctorat Université Mouloud Mammeri et Tizi-Ouzou, 2005.*

[11]Z. Sahli. Deux tentatives controversées de modernisation de l'agriculture en Zone aride. CIHEAM-Options Méditerranéennes, Série N°2 : 283-295, 1997

[12]ISTEEBU, « Annuaire des statistiques de l'Environnement au Burundi », Bujumbura, (2022) 60 p**.**

[13]OCDE/FAO, « Rapport OCDE-FAO sur les perspectives agricoles 2016-2025 : la fin du discours sur « les 9 milliard de bouches à nourrir » ? », (2016), https : *//www.agriculture-strategies.eu/2018/01/rapport-ocde-fao-les perspectives-agricoles-2016-2025-la-fin-du-discours-sur-les-9-milliards-de-bouches-a-nourrir/, (Janvier 2019).*

[14] FAYE, A. FALL, G.FAYE et al. « la variabilité pluviométrique et ses incidences sur les rendements agricoles dans la région des Terres Neuves du Sénégal Oriental », Belgeo, (1)(2018), *https://journals.openedition.org/belgeo/22083, (janvier 2019).*

[15] Carole Sinfort, *« couplage entre recherche expérimentale et modélisation pour l'optimisation des procédés de pulvérisation agricole, 12 Oct. 2006.*

[16]Gaoussou Diawaara, « *Diagnostics participative de la production du sorgho et tests multilocaux à Kaniko* », Décembre 2003.

[17]Plan National d'Investissement Agricole ,2013-2021.

[18]Fiche d'analyse de l'insécurité alimentaire aigue-Hautes altitudes,2016.

[19]Plan Provincial d'Investissement Agricole de Bubanza,2013-2017.

[20]Michel Bierlaire : Optimisation; fondement et algorithmes, EPFLPress ;2015

[21]Guez, J.C& Jussien, N. Programmation lineaire et entiere, Ellipses, 2008

[22] Enrico Giusti, Les methode des maxima et minima des fermat.

XVIII. 2009 P 59-85.