UNIVERSITÉ DU BURUNDI
GRENIER DU SAVOIR DU BURUNDI
Dépôt institutionnel officiel
https://repository.ub.edu.bi

Réduction du bruit de deux avions commerciaux en approche par une technique de commande optimale

Nahayo, Fulgence; Khardi, Salah; Hamadiche, Mahmoud; Et al.

2010
Researchgate
https://repository.ub.edu.bi/handle/123456789/1299

Document téléchargé depuis le **Grenier du Savoir du Burundi** — https://repository.ub.edu.bi

ResearchGate

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: https://www.researchgate.net/publication/281991096

Réduction du bruit de deux avions commerciaux en approche par une technique de commande optimale

Article · April 2010

CITATIONS
2

READS
124

5 authors, including:



Fulgence Nahayo
University of Burundi
17 PUBLICATIONS **36** CITATIONS
SEE PROFILE



Salah Khardi
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon
74 PUBLICATIONS **721** CITATIONS
SEE PROFILE



Mahmoud Hamadiche
École Centrale de Lyon
37 PUBLICATIONS **201** CITATIONS
SEE PROFILE



Mounir Haddou
Institut National des Sciences Appliquées de Rennes
64 PUBLICATIONS **783** CITATIONS
SEE PROFILE

All content following this page was uploaded by Mounir Haddou on 21 January 2016.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

10ème **C**ongrès **F**rançais d'**A**coustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Réduction du Bruit de deux avions commerciaux en approche par une technique de commande optimale.

F.Nahayo[1], S.Khardi[1], M.Hamadiche[2], J.Ndimubandi[3], M.Haddou[4]

[1]Laboratoire Transport et Environnement, 25 Av.F.Mitterand-69675 Bron Cedex, Lyon, fulgence.nahayo@inrets.fr

[2] Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, 36 Avenue Guy de Collongue 69134 Ecully Cedex, Lyon

[3] Université du Burundi, Faculté des Sciences, Département de Mathématiques, BP : 2700 Bujumbura, Burundi

[4] Université d'Orléans, MAPMO, Féd. D. Poisson, Bâtiment de Mathématiques, BP 6759, 45067 Orléans Cedex 2

L'objectif de ce travail est le développement d'un modèle d'optimisation acoustique de trajectoires de vol minimisant les bruits perçus au sol pour deux avions. Il s'agit de minimiser le bruit tenant compte des contraintes de vol. La dynamique de vol, associée au critère à minimiser génère un problème de commande optimale régi par des équations différentielles ordiniaires non-linéaires. Le problème est resolu à l'aide d'une méthode newtonienne considérant les conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker et une méthode SQP. Les résultats obtenus montrent des réductions significatives des niveaux de bruit. En fonction de la distance séparant les deux avions en vol, la trajectoire optimale d'approche est obtenue.

1 Introduction

En considérant la forte croissance actuelle du transport aérien [1, 2], des considérations économiques et environnementales liées à l'augmentation du coût du pétrole et à la nécessité de préserver l'environnement imposent des contraintes de plus en plus sévères pour la conception des prochaines générations d'avions. Ces contraintes sont établies en fonction des objectifs de l'ACARE qui suggère une réduction de 50% du bruit perçu à l'horizon 2020 [3]. Atteindre cet objectif représente un réel défi technique et scientifique tant du côté aérodynamique que du côté de l'optimisation acoustique et de la modélisation mathématique.

Quelques modèles existant dans la littérature traitent la minimisation du bruit d'un avion commercial sous contraintes physiques et aérodynamiques [4, 5]. D'autres traitent de l'optimisation des procédures opérationnelles réduisant le bruit, la détection stochastique des conflits pour le traffic aérien et la représentation et l'optimisation de la circulation des avions sur une plate forme aéroportuaire [5, 6, 7]. Cependant à notre connaissance, dans ces traveaux, l'optimisation de bruit se limite au cas d'un seul avion.

Les objectifs poursuivis dans ce travail concernent le développement d'un modèle théorique d'optimisation du bruit tenant compte de l'évolution des procédures de vol de deux avions commerciaux en approche. Il s'agit de résoudre numériquement un modèle mathématique d'un problème d'optimisation non linéaire. Ce modèle est du type commande optimale non-linéaire et non-convexe [8]. Il est régi par un système d'équations différentielles ordinaires.

2 Modélisation mathématique

Le mouvement de chaque avion A_i où l'indice $i = 1, 2$ refère au premier et au deuxième avion, est analysé en trois dimensions avec trois repères à savoir le repère terrestre $(O, \overrightarrow{X}_1, \overrightarrow{Y}_1, \overrightarrow{Z}_1)$, le repère avion $(G_i, \overrightarrow{X}_{Gi}, \overrightarrow{Y}_{Gi}, \overrightarrow{Z}_{Gi})$ et le repère aérodynamique $(G_i, \overrightarrow{X}_{ai}, \overrightarrow{Y}_{ai}, \overrightarrow{Z}_{ai})$.
De manière générale, les équations de mouvement de chaque avion dans le repère aérodynamique sont [9] :

$$\begin{array}{l} \sum F_{ext_i} - \frac{dm_i}{dt}\overrightarrow{V_i} = \frac{m_i d\overrightarrow{V}_i}{dt} \\ \sum M_{ext_{G_i}} = J(G_i, A_i)\frac{d\Omega_i}{dt} \\ \frac{d\overrightarrow{X}^o}{dt} = \frac{d\overrightarrow{X}^1}{dt} + \Omega_{10} \times \overrightarrow{X} \end{array} \quad (1)$$

Dans le système (1), F_{ext_i} représentent les forces extérieures agissant sur l'avion, $m_i(t)$ la masse , V_i la vitesse aérodynamique de l'avion, $M_{ext_{G_i}}$ les moments extérieurs de chaque avion, $J(G_i, A_i)$ la matrice d'inertie, Ω_i le vecteur de rotation de l'avion.
Après des transformations et des simplifications adéquates, nous avons alors un système dynamique de six équations différentielles et une équation supplémentaire sur la variation de la masse et ceci pour chaque avion. Plus explicitement, on a le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_i = g\left(\frac{F_i cos\alpha_i - F_{ti} - \dot{m}_i V_i}{m_i g} - sin\gamma_i\right) \\ \dot{\gamma}_i = \frac{1}{m_i V_i}((F_i sin\alpha_i + F_{pi})cos\mu_i - m_i g cos\gamma_i) \\ \dot{\chi}_i = \frac{(F_i sin\alpha_i + F_{pi})sin\mu_i}{m_i V_i cos\gamma_i} \\ \dot{X}_i = V_i cos\gamma_i cos\chi_i \\ \dot{Y}_i = V_i cos\gamma_i sin\chi_i \\ \dot{Z}_i = V_i sin\gamma_i \\ \dot{m}_i = -\frac{1}{g}\frac{dW_i}{dt} \end{array} \right. \quad (2)$$

où (X_i, Y_i, Z_i) sont les coordonnées du centre de gravité de l'avion i et m_i sa masse, W_i le poids de l'avion,

$F_i = F_i(Z_i, V_i, \delta_{xi})$ est la poussée, $F_{ti} = F_{ti}(Z_i, V_i, \alpha_i)$ est la traînée et $F_{pi} = F_{pi}(Z_i, V_i, \alpha_i)$ la portance. La séparation entre les deux avions se traduit par le vecteur $X^{12} = X^2 - X^1$ où $X^1 = (X_1, Y_1, Z_1)$ et $X^2 = (X_2, Y_2, Z_2)$.

Transformant le système (2) en fonction d'état, on a :

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = F_i(y_i(t), u_i(t)), i = 1, 2, \tag{3}$$

où

$$\begin{array}{l} y_i(t) : [t_0, t_f] \longrightarrow \mathbf{R^7}, \\ t \longrightarrow y_i(t) = (\gamma_i(t), \chi_i(t), V_i(t), X_i(t), Y_i(t), h_i(t), m_i(t)) \end{array} \tag{4}$$

est le vecteur d'état et

$$\begin{array}{l} u_i(t) : [t_0, t_f] \longrightarrow \mathbf{R^3}, \\ \qquad t \longrightarrow u_i(t) = (\alpha_i(t), \delta_{xi}(t), \mu_i(t)) \end{array} \tag{5}$$

le vecteur des commandes. La relation de la dynamique s'écrit :

$$\dot{y}_i(t) = F_i(y_i(t), u_i(t), t), \forall t \in [0, T], y_i(0) = y_{i0} \tag{6}$$

Pour construire la fonction objectif, nous considérons le « Sound Exposure Level »(SEL).

$$SEL = 10log\left[\frac{1}{t_o}\int_t \left(\frac{P^2_{Aeff}}{P^2_{ref}}\right) dt'\right], \tag{7}$$

où t est la durée de l'événement et $t_o = 1\ s$ un temps de référence , P^2_{Aeff}, P^2_{ref} la pression effective et la pression de référence.

$$\begin{array}{ll} SEL_1 & = 10log\left[\frac{1}{t_o}\int_{t_{10}}^{t_{20}} 10^{0.1L_{A1,dt}(t)}dt\right], t \in [t_{10}, t_{20}] \\ SEL_{12} & = SEL_{11} \oplus SEL_{21} \\ & = 10\log[\frac{1}{t_o}\int_{t_{20}}^{t_{1f}} 10^{0.1L_{A1,dt}(t)}dt \\ & +\frac{1}{t_o}\int_{t_{20}}^{t_{1f}} 10^{0.1L_{A2,dt}(t)}dt], t \in [t_{20}, t_{1f}] \\ SEL_2 & = 10\log\left[\frac{1}{t_o}\int_{t_{20}}^{t_{2f}} 10^{0.1L_{A2,dt}(t)}dt\right], t \in [t_{1f}, t_{2f}] \\ SEL_G & = \frac{(t_{20}-t_{10})SEL_1 \oplus (t_{1f}-t_{20})SEL_{12} \oplus (t_{2f}-t_{1f})SEL_2}{t_{2f}-t_{10}} \\ & = 10\log\{\frac{1}{t_{2f}-t_{10}}[(t_{20}-t_{10})\int_{t_{10}}^{t_{20}} 10^{0.1L_{A1}(t)}dt \\ & +(t_{1f}-t_{20})\int_{t_{20}}^{t_{1f}} 10^{0.1L_{A1}(t)}dt \\ & +(t_{1f}-t_{20})\int_{t_{20}}^{t_{1f}} 10^{0.1L_{A2}(t)}dt \\ & +(t_{2f}-t_{1f})\int_{t_{1f}}^{t_{2f}} 10^{0.1L_{A2}(t)}dt,]\}, t \in [t_{10}, t_{2f}] \end{array} \tag{8}$$

où SEL_G est le bruit global des deux avions et l'opérateur $\oplus$ est l'addition acoustique. L'expression $L_{A1}(t)$ est le bruit du jet du premier avion donné par la formule [4] : $L_{A1}(t) = 141 + 10\log\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right)^w + 10\log\left(\frac{V_e}{c}\right)^{7.5} + 10\log s_1 + 3\log\left(\frac{2s_1}{\pi d_1^2} + 0.5\right) + 5\log\frac{\tau_1}{\tau_2} + 10\log\left[\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^{me} + 1.2\frac{\left(1 + \frac{s_2 v_2^2}{s_1 v_1^2}\right)^4}{\left(1 + \frac{s_2}{s_1}\right)^3}\right] - 20\log R + \Delta V + 10\log\left[\left(\frac{\rho}{\rho_{ISA}}\right)^2\left(\frac{c}{c_{ISA}}\right)^4\right]$, où v_1 est la vitesse de jet à l'entrée de la tuyère, v_2 la vitesse de jet à la sortie de la tuyère, τ_1 la température à l'entrée de la tuyère, τ_2 la température à la sortie de la tuyère, ρ la masse volumique de l'air, ρ_1 la masse volumique atmosphérique à l'entrée de la tuyère, ρ_{ISA} la masse volumique atmosphérique au sol, s_1 la surface d'entrée de la tuyère hydraulique du moteur, s_2 la surface de sortie de la tuyère hydraulique du moteur, d_1 le diamètre d'entrée de la tuyère hydraulique du moteur, $V_e = v_1[1 - (V/v_1)\cos(\alpha_p)]^{2/3}$ la vitesse effective, α_p est l'angle entre l'axe du moteur et l'axe de l'avion, R est la distance source-observateur, $w = \frac{3(V_e/c)^{3.5}}{0.6 + (V_e/c)^{3.5}} - 1$ est la variable exposant, c est la vitesse du son (m/s), me est variable exposante, dépendant du type d'avion, $me = 1.1\sqrt{\frac{s_2}{s_1}}$; $\frac{s_2}{s_1} < 29.7$, $me = 6.0$; $\frac{s_2}{s_1} \geq 29.7$, $\Delta V = -15log(C_D(M_c, \theta)) - 10log(1 - Mcos\theta)$ est la convection Doppler où $C_D(M_c, \theta) = [(1 + M_c cos\theta)^2 + 0.04M_c^2]$, M le nombre de Mac de l'avion, $M_c = 0.62(v_1 - Vcos(\alpha_p))/c$ le nombre de Mac de convection, θ est l'angle d'émission.

La fonction coût : Considérant la formule (8), la fonction à minimiser prend la forme suivante : $J_{12}(y(t), u(t), i = 1, 2) = \int_{t'} g(y(t), u(t), t)dt$ où $J_{12}(y(t), u(t), t) = SEL_G$ est le bruit global des deux avions.

Les contraintes : Les contraintes sont les contraintes de sécurité, la vitesse, l'altitude, angle d'attaque, angle de roulis, angle de lacet, la position de la manette de gaz, la contrainte énergétique, la séparation verticale et longitudinale des avions. Certaines contraintes sont partagées par les deux avions, les autres sont individuelles. Les contraintes partagées sont la séparation verticale $h_{12} = h_2 - h_1$ où h_1, h_2 sont respectivement l'altitude du 1^{er} et du 2è avion, la séparation longitudinale $x_{12} = x_1 - x_2$ [10, 11, 12] où x_1, x_2 sont les positions longitudinales des avions. La séparation temporelle $t_{20} - t_{10} = t_{2f} - t_{1f}$ varie de 45 s à 90 s où t_{10} est le temps de début de l'approche du premier avion et t_{20} celui du deuxième avion. Ces dernières se traduisent par les conditions aux limites.
Les deux avions atterissent sur une seule piste, ce qui se traduit par les contraintes sur la position finale des avions au sol [13]. La vitesse des avions V_i est bornée comme suit $1.13V_s \leq V_i \leq V_f$ où V_s est la vitesse de décrochage, V_f la vitesse maximale de l'avion A_i autorisée à l'approche [14, 15].
En phase d'approche, l'OACI exige une pente $\gamma_i \in [\gamma_0, \gamma_f]$. Pour les angles de vol, l'angle d'attaque $\alpha_i \in [\alpha_o, \alpha_f]$, l'angle de roulis $\mu_i \in [\mu_o, \mu_f]$, l'angle de lacet $\chi_i \in [\chi_o, \chi_f]$. La manette des gaz δ_{xi} oscille aussi entre les positions δ_{xo} et δ_{xf} en phase d'atterissage. La masse $m_i \in [m_o, m_f]$ de l'avion A_i résulte nécessairement de la consommation énergétique de l'avion [16, 17].
La fonctionnelle de toutes les contraintes s'écrit :

$$C(y_i(t), u_i(t), t) \leq 0 \tag{9}$$

où $C(t) : \mathbf{R^7} \times \mathbf{R^3} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R^{10}}$,
$(y_i(t), u_i(t), t) \longrightarrow C(y_i(t), u_i(t), t)$, avec

$$C_i(t) = (\gamma_i, \chi_i, V_i, x_i, y_i, h_i, \alpha_i, \delta_{xi}, \mu_i, m_i)(t).$$

Les valeurs exactes de toutes ces contraintes sont con-

finées dans le tableau 1. Des équations (3), (8), (9), le problème d'opimisation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \min_{(y,u)\in \mathbf{Y}\times\mathbf{U}} J_{12}(y(t),u(t)) = \int_{t10}^{t_{1f}} g_1(y_1(t),u_1(t),t)dt \\ + \int_{t20}^{t_{1f}} g_{12}(y_1(t),u_1(t),y_2(t),u_2(t),t)dt + \\ \int_{t20}^{t_{2f}} g_2(y_2(t),u_2(t),t)dt + \phi(y(t_f)) \\ \dot{y}(t) = f(u(t),y(t)), u(t) = (u_1(t),u_2(t)), \\ y(t) = (y_1(t),y_2(t)), \forall t \in [t_{10},t_{2f}], t_{10} = 0, \\ y(0) = y_0, u(0) = u_0, \\ C(y(t),u(t)) \leq 0. \end{cases} \tag{10}$$

3 Méthode de résolution

Les conditions d'optimalité : Le sytème (10) est un problème de commande optimale avec contraintes mixtes sur l'état et la commande. Afin de pouvoir appliquer la méthode SQP, on réecrit ce système comme suit :

$$\begin{cases} \min J(y,u,t) \\ n_j(y,u,t) = 0, j \in \Xi \\ n_j(y,u,t) \geq 0, j \in \Gamma \end{cases} \tag{11}$$

où Ξ, Γ sont les ensembles des indices d'égalité et d'inégalité. Le lagrangien du système (11) se définit par la fonction $L(y,u,t,\lambda) = J_{12}(y,u,t) + \lambda^T n(y,u,t)$ où le vecteur λ est un multiplicateur de Lagrange.

Afin de montrer les conditions d'optimalité, on considère les propositions suivantes :

- Une contrainte en inégalité n_j est active au point $\tilde{y} = (y^*,u^*,t^*)$si $n_j(y^*,u^*,t^*) = 0$. $\Gamma(y^*,u^*,t^*) = \Gamma^*$ est l'ensemble des indices j correspondant aux contraintes actives en $\tilde{y}$,

$$\begin{array}{l} \Gamma_*^+ = \{j \in \Gamma_* | (\lambda_\Gamma^*)_j > 0\} \\ \Gamma_*^0 = \{j \in \Gamma_* | (\lambda_\Gamma^*)_j = 0\} \end{array} \tag{12}$$

  où les contraintes d'indice de Γ_*^+ sont fortement actives et celles de Γ_*^0 faiblement actives.
- Un élément $\tilde{y} \in \Gamma^*$ vérifie la condition de qualification pour les contraintes n si les gradients des contraintes actives $\nabla n_\Xi(\tilde{y}), \nabla n_\Gamma(\tilde{y})$ sont linéairement indépendants. Cela veut dire que la matrice Jacobienne des contraintes actives en $\tilde{y}$ est pleine.
- Un élément $\tilde{y} \in \Gamma^*$ vérifie la condition de qualification de Mangasarian-Fromowitz pour les contraintes n en $\tilde{y}$ si il existe une direction d tel que

$$\nabla n_\Xi(\tilde{y})^T d = 0,\ \nabla n_j(\tilde{y})^T d < 0 \forall j \in \Gamma(\tilde{y}) \tag{13}$$

  où les gradients $\{\nabla n_\Xi(\tilde{y})\}$ sont linéairement indépendants.

Conditions d'optimalité de KKT : Considérons que J, n sont des fonctions de classe C^1 et $\tilde{y}$ une solution du problème (11) et qui vérifie une condition de qualification des contraintes. Alors, il existe λ^* tel que :

$$\begin{array}{l} \nabla_y L(\tilde{y},\lambda^*) = 0,\ n_\Xi(\tilde{y}) = 0 \\ n_\Gamma(\tilde{y}) \leq 0,\ \lambda_\Gamma^* \geq 0,\ \lambda_\Gamma^* n_\Gamma(\tilde{y}) = 0 \end{array} \tag{14}$$

Les équations (14) s'appellent les conditions de William Karush, Harold W. Kuhn et Albert W. Tucker appelées couramment conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). La première équation traduit l'optimalité, la deuxième et la troisième les conditions de réalisabilité. Les deux autres traduisent les conditions complémentaires et les multiplicateurs de Lagrange correspondant aux contraintes inactives $n_j(\tilde{y})$ sont nuls. Le couple $(\tilde{y},\lambda^*)$ tel que les conditions KKT sont remplies s'appelle solution primale-duale de (13). En d'autres termes, $\tilde{y}$ s'appelle un point stationnaire. Le cône critique C_* est défini par $C_* = \{h \in \mathbf{Y}\times\mathbf{U} : \nabla n_j(\tilde{y}).h = 0\ \forall j \in \Xi \cup \Gamma_*^+, \nabla n_j(\tilde{y}).h \leq 0 \forall j \in \Gamma_*^0\}$. Les éléments de C_* s'appelent les directions critiques.

Conditions d'optimalité du 2^{nd} ordre : En prenant $\tilde{y}$ une solution locale de (12) et vérifiant une condition de qualification, alors il existe des multiplicateurs (λ^*) tel que les conditions KKT soient vérifiées et on a

$$\nabla_{yy}^2 L(\tilde{y},\lambda^*)d^2 \geq 0, \forall h \in \mathbf{C}_* \tag{15}$$

où $\mathbf{C}_*$ est un cône critique. Dans le cas où $\nabla_{yy}^2 L(\tilde{y},\lambda^*)d^2 > 0, \forall h \in \mathbf{C}_* \backslash \{0\}$, $\tilde{y}$ est un minimum local de (11). La première équation est une condition nécessaire et la deuxième une condition suffisante.

Méthode SQP [18, 19, 20] : Considérant le Lagrangien du problème de commande optimale et les conditions d'optimalité, on transforme le système (11) en un problème quadratique. Une méthode SQP résoud une succession de problèmes quadratiques. La formulation mathématique de sous-problèmes obtenus au k-ème pas est la suivante :

$$\begin{cases} \min[J(y_k,u_k,t_k) + \nabla^T J(y_k,u_k,t_k)d_k + \frac{1}{2}d_k^T H_k d_k] \\ \nabla^T n_\Xi(y_k,u_k,t_k)d_k + n_\Xi(y_k,u_k,t_k) = 0, \\ \nabla^T n_\Gamma(y_k,u_k,t_k)d_k + n_\Gamma(y_k,u_k,t_k) \geq 0. \end{cases} \tag{16}$$

Le vecteur d_k est une direction de descente de type primale-duale et $H_k = \nabla^2 L(y_k,u_k,t_k,\lambda_k)$ est la matrice hessienne du lagrangien L du système (11). Pour résoudre ce problème ci-haut, choisissons un sous ensemble d'indices $\beta_k \in \Gamma$ tel que le système (16) devienne uniquement un système avec contraintes d'égalité :

$$\begin{cases} \min[J(y_k,u_k,t_k) + \nabla^T J(y_k,u_k,t_k)d_k + \frac{1}{2}d_k^T H_k d_k] \\ \nabla n_\Xi(y_k,u_k,t_k)d_k + n_\Xi(y_k,u_k,t_k) = 0, \\ \nabla n_{\beta_k}(y_k,u_k,t_k)d_k + n_{\beta_k}(y_k,u_k,t_k) = 0. \end{cases} \tag{17}$$

où (y_k,u_k,t_k) satisfait les conditions d'optimalité. Les avantages de la méthode SQP sont que la progression vers la solution optimale est obtenue à partir de points intermédiaires réalisables ou non réalisables, mais proches du domaine des contraintes. Son type newtonien fait qu'un seul point suffit pour démarer tout le processus itératif [21, 22].

Algorithme SQP

1. Choisir les conditions initiales admissibles pour la solution optimale du problème. La matrice hessienne est initialisée avec la matrice identité.
2. Evaluation de la fonction objectif et des contraintes

3. Evaluation des gradients de la fonction objectif et des contraintes.
4. Résoudre le sous-problème quadratique pour une direction de descente admissible d au temps t_k
5. Verifier les conditions d'arrêt ; si elles sont atteintes ($d_k^T = 0$), écrire la solution trouvée. Dans le cas contraire, procéder à l'évaluation de la matrice hessienne, les variables primales et duales, faire une recherche linéaire pour trouver le pas.
6. Incrémenter le vecteur des solution au temps t_{k+1} et retourner à l'étape 2.

La description schématique de l'optimiseur SQP tel que développé par Biegler [23] se traduit par la figure 1. Signalons que l'estimation des gradients se fait en principe soit par calcul des différences finies, soit par le calcul par les systèmes adjoints pour les problèmes ayant un grand nombre de paramètres et enfin par l'analyse des sensibilités. Cette dernière technique est très efficace dans le cas d'un grand nombre de variables avec peu de paramètres [24, 23].

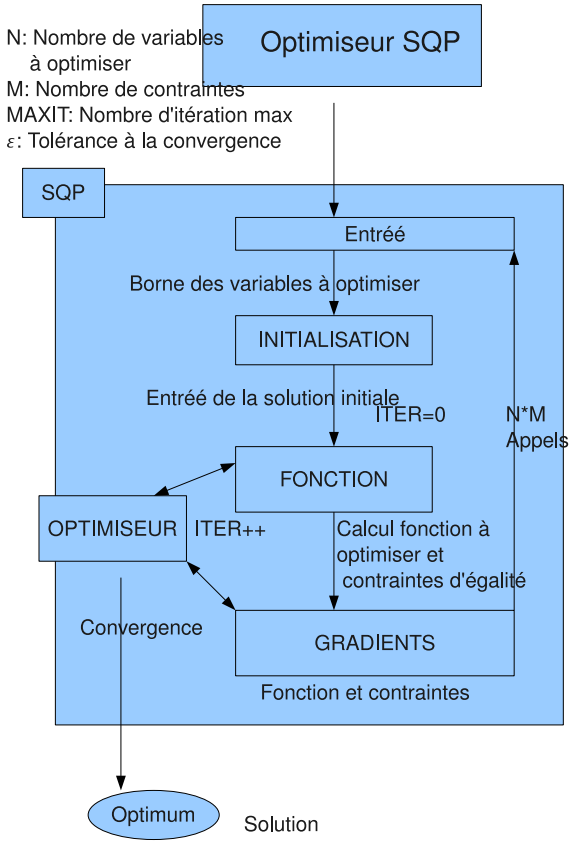


FIG. 1: Le principe de l'optimisation SQP.

Le tableau 1 traduit les applications numériques considérées pour les contraintes. L'indice 1 signifie le 1^{er} avion et l'indice 2 le 2^{nd} avion.

Séparation verticale $h_{12} = 2 \times 10^3\ ft \simeq 6 \times 10^2\ m$, Séparation longitudinale $x_{12} = 5\ NM \simeq 9 \times 10^3\ m$
Les valeurs limites maximales de vol sont : $V_1 = 190\ m/s$, $V_2 = 190\ m/s$, $h_1 = 35 \times 10^2\ m$, $h_2 = 41 \times 10^2\ m$, $\delta_{x1} = 0.6$, $\delta_{x2} = 0.6$, $\alpha_1 = 18°$, $\alpha_2 = 18°$, $\chi_1 = 5°$, $\chi_2 = 5°$, $\mu_1 = 1°$, $\mu_2 = 1°$, $\gamma_1 = 0°$, $\gamma_2 = 0°$
Les valeurs limites minimales de vol sont : $V1 = 73.45\ m/s$, $V2 = 73.45\ m/s$, $h1 = 0\ m$, $h2 = 6 \times 10^2\ m$, $\delta_{x1} = 0.2$, $\delta_{x2} = 0.2$, $\chi_1 = -5°$, $\chi_2 = -5°$, $\alpha_1 = 2°$, $\alpha_2 = 2°$, $\mu_1 = -1°$, $\mu_2 = -1°$, $\gamma_1 = -5°, \gamma_2 = -5°$
Les valeurs limites de temps sont : $t_{10} = 0\ s$, $t_{1f} = 600\ s$, $t_{20} = -45\ s, t_{2f} = 555\ s$, $t_s \in [45\ s, 90\ s]$
Les valeurs limites de la masse des avions sont : $m_{10} \simeq 1.1 \times 10^5\ kg, m_{1f} \simeq 1.09055 \times 10^5\ kg$, $m_{20} \simeq 1.10071 \times 10^5\ kg, m_{2f} \simeq 1.09126 \times 10^5\ kg$

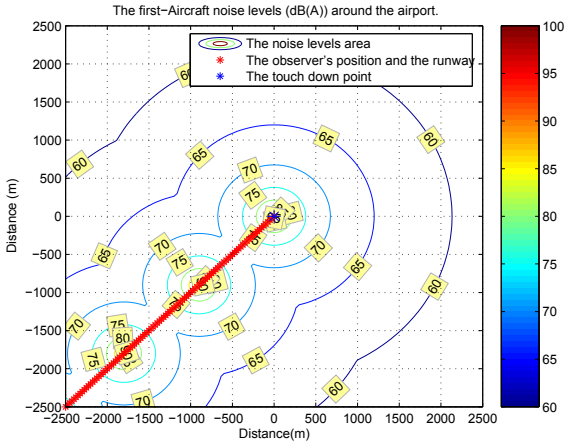
TAB. 1: Les valeurs limites

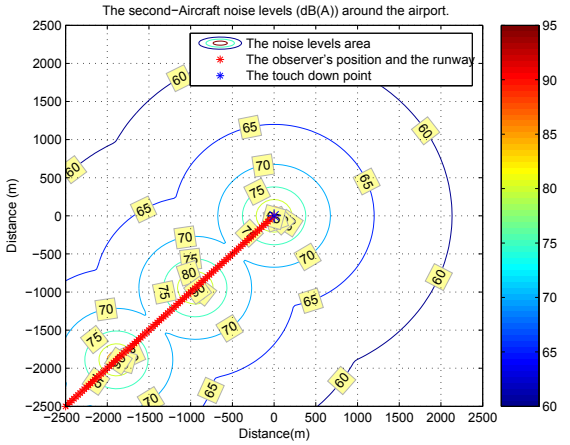
4 Résultats numériques

Les résultas suivants sont obtenus via la programmation AMPL(A Mathematical Programming Modeling Language) et le solveur KNITRO.

La figure 2 montre les niveaux du bruit autour de l'aéroport lorsque l'optimisation n'est pas appliquée. Cela explique l'importance de l'optimisation acoustique des avions en approche ainsi que les gains qu'apporte ce modèle lorsque comparé à ce qui se fait quotidiennement. La position d'observation est prise au sol en dessous de la trajectoire de la manière suivante : $(-2500\ m, -2500\ m, 0\ m), (-2450\ m, -2450\ m, 0\ m), ...,$ $(0\ m, 0\ m, 0\ m)$, à raison d'un pas de 50 m pour x et y. Le point de toucher au sol est $(0\ m, 0\ m, 0\ m)$ alors que la séparation temporelle des avions est de 45 s. En chaque point d'observation, il y a un vecteur de N niveaux de bruit comme le montre la discrétisation. Il est très important de considérer la valeur maximale parmi les N valeurs, laquelle valeur correspond à la distance la plus courte entre la source de bruit et le point d'observation. Ce résultat montre que le niveau de bruit maximal est équivalent à 100 $dB(A)$.

Par comparaison, ce résultat est proche des valeurs standard de bruit de jet en approche comme le montre Harvey [25]. En plus, on constate que le bruit du premier avion reste prépondérant étant donné que les deux avions sont suffisamment séparés. Lorsque le premier avion touche le sol, le deuxième se trouve à six cents mètres à une distance longitudinale de 3300 m.





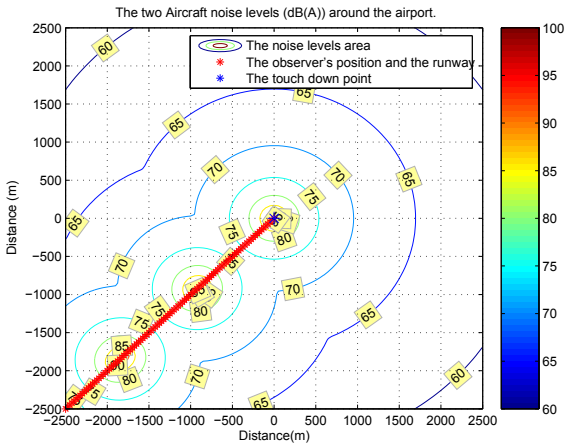


FIG. 2: Le bruit émis par les deux avions.

La figure 3 montre les niveaux de bruit autour de l'aéropport lorsque les deux avions atterrissent simultanément sur deux pistes parallèles. La distance de sécurité exigée entre les pistes est de 350 m [7]. Pour ce cas, le bruit des deux avions se fait entendre considérablement lorsqu'on compare au cas d'un atterrissage successif sur une même piste. La configuration de la position d'observation est prise à distance égale des deux trajectoires des avions. Les valeurs exactes des points d'observation restent les mêmes qu'au cas de la figure 2. Ce cas suppose que les avions sont séparés par leurs positions au départ et à l'arrivée. Il n'y a donc pas de séparation temporelle. L'altitude maximale considérée est donc la même soit 3500 m, mais les positions des avions diffèrent par les coordonnées latérales. Le temps de vol considéré est le même soit 600 s.

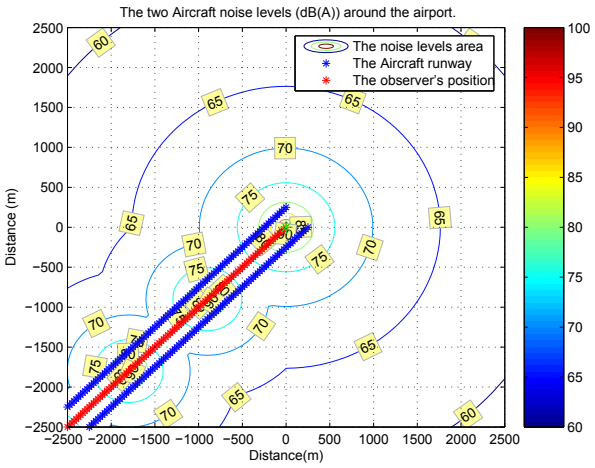


FIG. 3: Le bruit émis par les deux avions atterrissant simultanément.

La figure 4 montre l'évolution de la trajectoire et du bruit en fonction du temps. On remarque que le bruit diminue au fur et à mesure que la source s'éloigne du point d'observation. Le niveau minimal de bruit est de 30.9747 $dB(A)$ au début de l'approche lorsque la position d'observation au sol est $(-2000\ m, -2000\ m, 0\ m)$. La trajectoire optimale reflète une descente continue. Les avions restent séparés de 45 s. Il est évident que chaque avion suit sa trajectoire compte tenu de la distance de séparation. Les mêmes contraintes sur la vitesse sont considérées, ce qui permet un atterissage successif sur une même piste. Ainsi comme le recommande l'OACI, les conditions de sécurité sont respectées et les procédures de vol sont bonnes. Le maximum des valeurs optimales de bruit ressenti oscille autour de 63.4509 $dB(A)$.

Cette solution est alors réalisable moyennant les conditions d'optimalité « *KNITRO : local optimal solution found, final feasability error (abs/rel) = 2.33e-15/5.58e-18, final optimality error(abs/rel)=3.41e-15/3.41e-15, total program time (secs)=2490.08154 (2067.909 CPU time), time spent in evaluations(secs)=1246.77271).* »

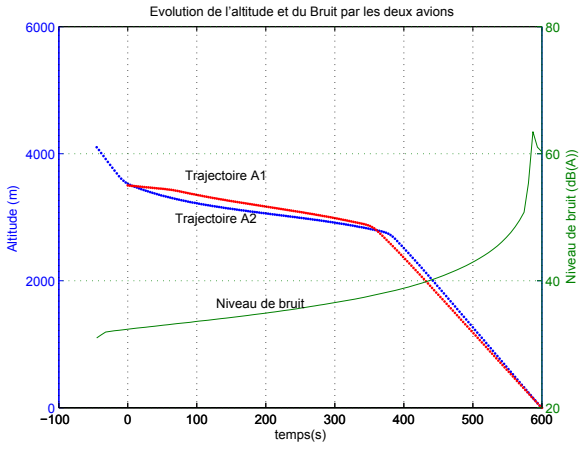


FIG. 4: Evolution de la trajectoire et du bruit par les deux avions.

View publication stats

5 Conclusion

Dans cet article, il a été développé une résolution numérique du problème de contrôle optimal dans le cas de deux avions en approche. Des considérations théoriques et pratiques de l'algorithme SQP sont utilisées pour la mise en place d'un programme non-linéaire, implémentant le problème considéré. L'algorithme minimise une séquence de fonctions de Lagrange en utilisant un sous-problème du problème quadratique à chaque pas pour l'ensemble des contraintes actives afin de générer une direction de recherche pour toutes variables duales et primales. Une solution optimale du problème discrétisé est trouvée moyennant une convergence locale. Les résultats obtenus montrent une réduction du bruit pendant l'approche des deux avions en considérant plusieurs observateurs au sol. Les trajectoires obtenues présentent des caractéristiques optimales et sont acoustiquement efficaces.

Remerciements

Cette article a été supporté par l'Agence Universitaire de la Francophonie-Région Afrique centrale.

Références

[1] Peyrat-Armandy A. *Les avions de transport modernes et futurs.* TEKNEA, 1997.

[2] Martin D. *L'Analyse des Nuisances sonores autour des aéroports.* Revue technique numéro 58, Mai 2000.

[3] Ventre M. *Les challenges environnementaux pour le transport aérien.* SAFRAN, Un leader technologique international, Septembre 2009.

[4] Abdallah L. *Minimisation des bruits des avions commerciaux sous contraintes physiques et aérodynamique.* Thèse de Mathématiques Appliquées de l'UCBL I, Septembre 2007.

[5] Abdallah L. Haddou M. Khardi S. *Optimization of operational aircraft parameters reducing noise emission.* Applied Mathematical Sciences, Vol. 4, 2010.

[6] Blin K. *Stochastic conflict detection for air traffic management.* Eurocontrol Experimental centre Publications Office, France, April 2000.

[7] Stoica C. *Analyse, représentation et optimisation de la circulation des avions sur une plate-forme aéroportuaire.* Thèse de l'Institut national polytechnique de Toulouse-CNRS, Mai, 2005.

[8] Varin J-L. Bonnans J-F. *Computation of order conditions for symplectic partioned Runge-Kutta schemes with application to optimal control.* Numerische Mathematik, Springer-Verlag, September 2005.

[9] Boiffier J-L. *The Dynamics of Flight, The Equations.* SUPAÉRO(Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace) et ONERA-CERT, Toulouse 25 Janvier 1999.

[10] DGAC. *Mémento à l'usage des utilisateurs des procédures d'approche et de départ aux instruments.* Rapport de la DGAC, 5ˆème édition, Août 1995.

[11] Sors H. *Séparation et contrôle aérien.* International Virtual Aviation Organization[en ligne]disponible sur http ://academy.ivao.aero/, 15 octobre 2008.

[12] DGAC. *Méthodes et minimums de séparations des aéronefs aux procédures.* Rapport de la DGAC, Fevrier 2009.

[13] Elodie Roux. *Modèle de longueur de piste au décollage-atterrissage, Avions de transport civil.* SUPAERO-ONERA, 2006.

[14] Dominique O. *Cisaillement de vent ou Windshear.* http ://www.aviation-fr.info, 2008.

[15] Elodie Roux. *Pour une approche analytique de la dynamique du vol.* Thèse, SUPAERO-ONERA, Novembre 2005.

[16] Boiffier J-L. *Dynamique de vol de l'avion.* SupAéro, Départements des Aéronefs, Toulouse-Novembre 2001.

[17] Ifrance. *Fiches techniques, historiques et photos d'avions A300-600, A300-600R [en ligne]disponible sur http ://www.ifrance.com.* Ifrance.

[18] Philip E. Gill Walter Murray Michael A. Saunders. *SNOPT : An SQP Algorithme for large-scale constrained optimization.* SIAM, 2005.

[19] Gilbert J.Charles. *SQPpro : A solver of nonlinear optimization problems, using an SQP approach.* Rapport INRIA $N°$ 0378, Décembre 2009.

[20] Dennis L. Bricker. *SQP : Sequential quadratic programming.* Dept. of Industrial Engineering, University of Iowa, Iowa City, Iowa 52242.

[21] Gilbert J-C. *Eléments d'optimisation différentiable - Théorie et Algorithmes.* INRIA Rocquencourt, France, 6 juin 2009.

[22] Nahayo F. Khardi S. et al. *Les méthodes numériques appliquées en optimisation non-linéaire et en commande optimale.* Rapport LTE $N°$: 0911, Novembre 2009.

[23] Hait A. Le Lann J-M. Avdoshin S. Mitsiouk A., Negny S. *Optimisation des Systèmes dynamiques hybrides, Application en génie industriel à l'élaboration des scenarios.* Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.

[24] Helmut M. Christof B. *SQP-methods for solving optimal control problems with control and state constraints : adjoint variables, sensitivity analysis and real-time control.* Elsivier Science, Journal of Computational and Applied Mathematics, Germany, 2000.

[25] Harvey H. Hubbard. *Aeroacoustics of flight vehicles, Theory and Practices.* Volume 1 : Noise sources, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia 1994.