UNIVERSITÉ DU BURUNDI
GRENIER DU SAVOIR DU BURUNDI
Dépôt institutionnel officiel
https://repository.ub.edu.bi

Caractéristiques courant-tension et types de résistences dans une cellule solaire photovoltaique

Nizeyimana, Adrien; Sous direction de : Pro Bashahu Mathias

2011
UB, FS
https://repository.ub.edu.bi/handle/123456789/1572

Document téléchargé depuis le **Grenier du Savoir du Burundi** — https://repository.ub.edu.bi

UNIVERSITE DU BURUNDI

INSTITUT DE PEDAGOGIE APPLIQUEE (I.P.A)
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE-TECHNOLOGIE

CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION ET TYPES DE RESISTANCES DANS UNE CELLULE SOLAIRE PHOTOVOLTAIQUE

Par
Adrien NIZEYIMANA

Sous la direction de :

Pr. BASHAHU Mathias

Mémoire présenté et défendu publiquement en vue de l'obtention du grade de Licence en Pédagogie Appliquée, Agrégé de l'Enseignement Secondaire en Physique

Bujumbura, Août 2011

DEDICACE

A Dieu tout Puissant ;
A mon regretté Père ;
A ma mère ;
A la famille MBONABUCA Gérard ;
A mes frères et sœurs ;
A toute ma famille ;
A tous mes amis ;
A tous ceux qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail ;

Je dédie ce mémoire.

REMERCIMENTS

Au terme de ce travail, l'honneur m'échoit de remercier vivement toute personne qui a contribué d'une façon ou d'une autre à sa réalisation.

Ma profonde gratitude s'adresse particulièrement au professeur Mathias BASHAHU, professeur à l'Institut de Pédagogie Appliquée, promoteur et directeur de ce mémoire, pour m'avoir guidé et soutenu avec méthode dans mes premiers pas de recherche.

Que toute personne qui a contribué à ma formation scientifique et morale depuis l'école primaire jusqu'à maintenant, spécialement les professeurs de l'Institut de Pédagogie Appliquée, Département de Physique-Technologie, trouve ici ma profonde reconnaissance.

Hommages respectueux à mon regretté papa et à ma mère qui m'ont donné la chance de fréquenter l'école et qui m'ont toujours soutenu moralement et matériellement, à mes frères et sœurs de leur soutien et à tout ceux qui de près ou de loin ont contribué d'une manière ou d'une autre durant la préparation de ce travail.

Une marque spéciale de reconnaissance est réservée à la famille Gérard MBONABUCA qui a été toujours là pour me soutenir.

Que tous mes camarades avec qui nous avons partagé joie et peines sur le banc de l'école, que tous mes amis avec qui nous avons grandi ensemble, trouvent dans ce travail le résultat de leur encouragement.

Adrien NIZEYIMANA

LISTES DES ABREVIATIONS ET SIGLES

a.c : alternative current (courant alternatif)
B.C : bande de conduction
B.I : bande interdite
B.P : bande permise
B.V : bande de valence
c-à-d : c'est-à-dire
C.L : condition aux limites
Comb.lin : combinaison linéaire
C^{te} : constante
d.c : direct current (courant continu)
d.d.p : différence de potentiel
E.D : équation différentielle
E.D.P : équation aux dérivées partielles
éq. : équation
ex. : exemple
F.D : Fermi-Dirac
f.e.m : force électromotrice
Fig. : figure
L.I : linéairement indépendantes
M/S : métal semiconducteur
N.B : notez bien
$n^o(n^{os})$: numéro (s)
O.C.V.D: open circuit voltage decay
p/r : par rapport
réfs : référence
R.S : rayonnement solaire
R_d : résistance différentielle
R_s : résistance série
R_{sh} : résistance shunt
Vs : Versus (en fonction de)
Z.B : zone de Brillouin

Z.C.E	: zone de charge d'espace
Z.E	: zone d'épuisement
1-D, 2-D, 3-D	: une, deux, trois, … dimensions
$1^{ère}$, $2^{ème}$, $3^{ème}$	: première, deuxième, troisième
§	: chapitre
~	: proportionnel à

LISTE DES FIGURES

Fig. 1.1 : Diagramme d'énergie des porteurs de charges dans les cristaux de *Ge,Si* et *GaAs* 4

Fig. 1.2: Schéma simplifié des bandes d'énergie dans un cristal 5

Fig. 1.3 : Schéma des dopages N et P d'un matériau semiconducteur élémentaire du $4^{ème}$ groupe (ex : Si)..... 10

Fig. 1.4.(a) : Position du niveau intrinsèque de Fermi à 0 K ; (b) ses variations avec la température..... 15

Fig. 1.5 : Position des niveaux donneur et accepteur par rapport au niveau intrinsèque de Fermi : (a) dans un matériau N, puis : (b) dans un matériau P..... 16

Fig. 1.6 : Schéma simplifié des bandes d'énergie de deux semiconducteurs d'une homojonction avant contact. 24

Fig. 1.7 : Schéma représentant : a) les régions d'une jonction P/N, puis les distributions spatiales à 1-D : b) de la densité de charges d'espace ; c) du champ électrique dans (et autour de) la Z.C.E ; d) du potentiel électrique correspondant et enfin ; e) du diagramme des bandes d'énergie électronique pour une homojonction abrupte à équilibre.... 31

Fig. 1.8 : Types de polarisation d'une jonction : (a) polarisation directe ; (b) polarisation inverse..... 32

Fig. 1.9 : Diagramme des bandes d'énergie électronique d'une jonction P/N polarisée à l'obscurité : (a) en direct ; (b) en inverse 34

Fig.1.10 : Diagrammes indiquant en polarisation directe (a) et en polarisation inverse (b) : les bandes d'énergie ; les potentiels du niveau intrinsèque de Fermi et des quasi-niveaux de Fermi ; les niveaux des concentrations des porteurs de charge de part et d'autre d'une jonction P/N idéale 41

Fig. 1.11 : Mouvements de dérive des porteurs de charges dans une jonction P/N idéale polarisée dans le sens direct..... 42

Fig.1.12 : Caractéristiques (I,V) d'une jonction P/N idéale polarisée à l'obscurité 49

Fig.1.13 : Schéma d'une diode : (a) sens passant ; (b) sens bloquant 50

Fig.1.14 : Caractéristique j/j_s *vs* qv/K_BT d'une jonction PN idéale : (a) échelle linéaire ; (b) échelle semi-logarithmique. 50

Fig. 1.15 : Schéma indiquant sur le diagramme des bandes d'énergie d'une jonction P-N polarisée en sens direct à l'obscurité : (a) le sens du déplacement des électrons (porteurs minoritaires côtés P) ; (b) celui des trous (porteurs minoritaires côté N) ; (c) celui du courant direct résultant 51

Fig. 1.16. Caractéristiques j/j_s *vs* $\frac{q|V|}{K_BT}$ d'une diode réelle au Si : (a)région de génération- recombinaison ; (b) région de diffusion (modèle de Shockley) ; (c) région de forte injection ; (d) région des effets de R_s ; (e) région de la génération recombinaison associée aux effets de surface et de R_{sh} 54

Fig. 1.17.a : Schéma du circuit électrique équivalent de ce modèle (R_c = résistance de charge)..... 55

Fig.1.17.b : Circuit électrique équivalent de ce modèle 55

Fig. 1.17.c : Circuit électrique équivalent de ce modèle 56

Fig. 1.17.d : Circuit électrique équivalent de ce modèle (D_1, D_2 diodes n° 1 et 2) 56

Fig.1.17. e : Circuit électrique équivalent de ce modèle (D_i : diode n°i)..... 57

Fig. 1.18 : Schémas montrant : (a) les trois régions où la photogénération peut prendre naissance ; (b) le sens de déplacement des électrons et trous des paires photogénérés 58

Fig. 1.19 : Modèle idéal de la cellule solaire polarisée et éclairée a) schéma du circuit électrique ; b) forme graphique de la fonction (I,V)..... 60

Fig.1.20 : Allure graphique de la caractéristique I(V) d'une cellule solaire P.V polarisée et sous un certain éclairement (1er quadrant) 61

Fig.2.1 : Exemples de formes de surface de la cellule et de grilles métalliques 73

Figure 2.2 : Schéma du montage dans la méthode de la sonde à quatre pointes.....75

Fig.2.3. a : Variation de R_s avec $I_o = I_s$ 77

Fig.2.3.b : Variation de R_s avec n 78

Fig.2.4 : Variation de FF avec $I_o = I_s$: (a) pour R_s =1,4 1Ω ; (b) pour $R_s = 1{,}92\Omega$; (c) quand on tient compte de l'expression de R_s avec le courant de fonctionnement de la cellule..... 79

Fig.2.5 : Exemples de variations du rapport $\frac{n}{\eta_o}$ avec $R_s : I_{ph} = 0{,}1A; n_1 = 1$

$I_{s_1} = 1{,}41.10^{-11} A$; $n_2 = 2; I_{s_2} = 1{,}7.10^{-7} A; R_{sh} = 100\Omega$; $T = 300K$, ... 80

Fig.2.6 : Schéma du circuit électrique équivalent au modèle de l'éq. (2.1.3.2) . 85

Fig.2.7 : Vue de la cellule solaire au *Si* utilisée..... 86

Fig. 2.8.1 : Schéma du montage d'étude sous obscurité..... 87

Fig.2.8.2 : Schéma du montage d'étude sous éclairement..... 88

Fig . 2.9.1 : Caractéristique (I,V) de la cellule étudiée à l'obscurité, en polarisation inverse, à T= 302 K. 89

Fig.2.9.2 : Caractéristique (I,V) de la cellule étudiée à l'obscurité en polarisation inverse, à T=298 K 90

Fig.2.10.1 : Caractéristique (I,V) de la cellule étudiée à l'obscurité en polarisation directe, à T=298 K..... 91

Fig.2.10.2 : Caractéristique (($\ln I$ *vs* V)) de la cellule étudiée à l'obscurité en polarisation directe, à T=298 K..... 92

Fig.2.11 : Courbe R_d *vs* $\overline{I}$ pour la cellule étudiée en polarisation directe à l'obscurité, à T=298 K..... 95

Fig. 2.12: Caractéristique de la cellule étudiée sous éclairement..... 96

Fig. 2.13 : Courbe R_d *vs* I pour la cellule étudiée sous éclairement..... 99

TABLE DES MATIERES

DEDICACE i
REMERCIMENTS ii
LISTES DES ABREVIATIONS ET SIGLES iii
LISTE DES FIGURES v
TABLE DES MATIERES viii
INTRODUCTION 1
§I. ELEMENTS THEORIQUES CONDUISANT AUX DIFFERENTS TYPES DE CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION D'UNE CELLULE SOLAIRE PHOTOVOLTAÏQUE 2
I.1. Structure énergétique, types de conductivité et statistique des porteurs de charge dans les semiconducteurs 2
I.1.1. Spectre d'énergie électronique dans un matériau cristallin 2
I.1.2. Interprétation en termes de conductivité 5
I.1.2.1. Types de solides cristallins 5
I.1.2.2. Classement des semiconducteurs 7
a) Selon la composition 7
b) Selon le type de conduction électrique 8
b.1) Matériaux purs : conduction intrinsèque 8
b.2) Matériaux impurs : conduction extrinsèque 9
I.1.3. Concentrations des porteurs de charge et positions du niveau de Fermi .. 11
I.1.3.1. Cas d'un semiconducteur intrinsèque 11
a) Expressions générales de n et p 11
b) Semiconducteur pur non dégénéré 13
c) Semiconducteur pur très dégénéré 15
I.1.3.2. Cas d'un semiconducteur extrinsèque 16
a) Considérations de base et expressions générales de n et p 16
b) Porteurs majoritaires et minoritaires 18
c) Expressions de l'énergie du niveau de Fermi et du potentiel de Fermi... 19
c.1) Cas d'un semiconducteur dopé N et non dégénéré 19
c. 2) Cas d'un semiconducteur dopé P et non dégénéré 20
I.2. Energétique et transport de courant dans une jonction P/N et une cellule photovoltaïque faite de cette jonction 22

I.2.1. Note sur les cellules solaires P.V 22
I.2.2. Jonction P/N à équilibre 24
I.2.2.1. Description du problème 24
I.2.2.2. Expressions de grandeurs caractéristiques de la Z.C.E pour une jonction idéale 26
a) Densité de charges 26
b) Champ électrique 26
c) Potentiel électrique , tension de diffusion et épaisseur de la Z.C.E 27
d) Energie potentielle électronique et diagramme des bandes d'énergie 29
I.2.3. Jonction P/N polarisée à l'obscurité 32
I.2.3.1.Types de polarisation 32
I.2.3.2. Effet sur le diagramme des bandes et quelques grandeurs caractéristiques de la Z.C.E 32
a) Courbure des bandes et hauteur de la barrière d'énergie potentielle 32
b) Epaisseur de la Z.C.E 34
c) Capacité de la jonction 34
I.2.3.3. Caractéristique courant-tension (I.V) d'une jonction P/N idéale 36
a) Position du problème 36
b) Expressions des densités des porteurs de charges, des potentiels électrostatiques et des conditions aux limites 38
c) Equations de transport 41
c.1) Equation de dérive diffusion 41
c. 2) Equations de continuité électrodynamique 43
c.3) Equations aux dérivées partielles à résoudre 44
d) Solutions 46
d.1) Forme générales de $\Delta n_p(x)$ et $\Delta p_n(x)$ 46
d.2) Constantes d'intégration, puis expressions des densités de courant 47
d.3) Interprétation des résultats 48
I.2.3.4. Caractéristique I-V d'une jonction P/N (ou diode ou cellule solaire) réelle polarisée à l'obscurité 51
a) Mécanismes supplémentaires de transport de courant 51
a.1) Effets de surface et de génération-recombinaison dans la Z.C.E 51

a.2) Effets d'une forte injection 52
a.3) Effet tunnel 52
a.4) Effet de la résistance série 53
a.5) Effet de la résistance shunt 53
b) Allure graphique de la caractéristique j(v) 53
c) Modèles de caractéristiques I-V d'une cellule solaire polarisée à l'obscurité 54
c.1) Modèle non dissipatif à une diode non idéale 54
c.2) Modèle dissipatif à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé 55
c.3) Modèle dissipatif à une diode non idéale avec effets combinés de R_s et R_{sh} considérés 55
c.4) Modèle dissipatif à deux diodes non idéales 56
c.5) Modèle dissipatif à plusieurs (N) diodes non idéales 56
I.2.4. Cellule solaire à jonction P/N polarisée sous éclairement 57
I.2.4.1. Effet photovoltaïque 57
I.2.4.2. Photocourant 57
I.2.4.3. Caractéristique I-V d'une cellule solaire polarisée sous éclairement 60
I.2.4.4. Grandeurs physiques caractéristiques d'une cellule solaire éclairée 61
a) Courant de court-circuit 62
b) Tension de circuit ouvert 62
c) Puissance maximum 63
d) Facteur de forme 63
e) Rendement maximum de conversion 63
§ II. DEFINITION, CARACTERISTIQUES ET METHODES EXPERIMENTALES DE DETERMINATION DE QUELQUES TYPES DE RESISTANCE DANS UNE CELLULE SOLAIRE P.V 65
II.1. Description 65
II.1.1. Résistance série 65
II.1.1.1. Définition et composantes 65
II.1.1.2. Expression et méthodes de détermination 65
a) méthodes à l'obscurité 65
b) Méthodes sous éclairement 67
c) Autres méthodes 72

II.1.1.3. Effets de (et sur) R_s 75
a) Effets sur R_s 75
a.1) De la température 75
a.2) De l'éclairement 76
a.3) Du courant circulant dans la cellule 76
a.4) Du motif de la grille métallique sur la face avant de la cellule 76
b) Effets de R_s 77
b.1) Sur I_s 77
b.2) Sur n 77
b.3) Sur P_m 78
b.4) Sur FF 78
b.5) Sur η_m 79
b.6) Sur V_{co} 80
II.1.2. Résistance shunt 81
II.1.2.1. Définition 81
II.1.2.2. Expressions et méthodes de détermination 81
a) A l'obscurité 81
b) Sous éclairement 82
II.1.2.3. Effets de (et sur) R_{sh} 83
a) Effets de T et I_s sur R_{sh} 83
b) Effet de R_{sh} sur les performances d'une cellule solaire P.V 84
II.1.3. Résistance différentielle 84
II.1.3.1. Définition 84
II.1.3.2. Méthodes de détermination et expressions 85
II.2. Etude expérimentale 86
II.2.1. Echantillon, dispositifs de mesure et mode opératoire 86
II.2.2. Résultats des mesures 88
II.2.2.1. A l'obscurité en polarisation inverse : valeur de R_{sh} 88
II.2.2.2. A l'obscurité, en polarisation directe : valeurs de I_s, n, R_s et R_d 90
a) Courbes I (V) et $\ln I$ *vs* V 90
b) Valeurs de n et I_s 92

c) Valeurs de R_s 93
d) Valeurs de la résistance différentielle..... 94
II.2.2.3. Sous éclairement..... 95
a) Courbes I (V) 95
b) Estimation de R_{sh} 97
c) Valeurs de R_s 97
d) Valeurs de R_d 98
CONCLUSION..... 100
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES..... 101
ANNEXES 105

INTRODUCTION

Différents types de résistances électriques dans une cellule solaire photovoltaïque (P.V) sont décrits dans la littérature sur la conversion P.V. Ils sont pratiquement tous liés au concept de caractéristique courant- tension (I-V) d'une telle cellule. Leur définition ne peut être bien comprise qu'à travers l'appréhension d'éléments fondamentaux sur des sujets tels que : l'énergétique, la conductivité et la statistique des porteurs de charge dans un semiconducteur; la physique d'une jonction P/N de semiconducteurs à équilibre ; l'énergétique et le transport de courant dans une jonction P/N hors équilibre ; les modèles de caractéristique I-V d'une cellule solaire polarisée, sans ou avec éclairement.

C'est dans ce cadre que les sujets précédents sont sommairement décrits au premier (1^{er}) chapitre (§) du présent travail. Puis, au $2^{ème}$, pour chaque type de résistance identifiée, on proposera successivement : une définition et une interprétation physique ; des caractéristiques ou dépendances avec divers paramètres ; puis différentes méthodes de détermination empirique ainsi que des résultats expérimentaux là où les moyens matériels dont nous disposons le permettront.

§I. ELEMENTS THEORIQUES CONDUISANT AUX DIFFERENTS TYPES DE CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION D'UNE CELLULE SOLAIRE PHOTOVOLTAÏQUE

I.1. Structure énergétique, types de conductivité et statistique des porteurs de charge dans les semiconducteurs

Les semiconducteurs sont les matériaux de base dans les types courants de cellules solaires photovoltaïques. Dans la présente étude, nous les considérons cristallins.

I.1.1. Spectre d'énergie électronique dans un matériau cristallin

Un matériau cristallin est formé d'un empilement régulier d'atomes dans l'espace à trois dimensions (3-D). *Le réseau cristallin direct* du matériau est composé d'éléments unis, adjacents, répétés de façon périodique et ayant une forme et une taille données : ce sont *les mailles* de ce réseau. Par exemple (ex.), pour les semiconducteurs comme Si, $Ge, NaCl$, *la maille* du réseau est cubique simple, avec une longueur d'arête variant de 4 à 6 Å[1]. La description des propriétés physiques (optiques, électriques, magnétiques, mécaniques, etc.) d'un cristal passe par l'analyse des états d'énergie du système et donc par la résolution de l'équation aux valeurs propres de cette énergie [2], [3] :

$$\hat{H}\psi' = E'\psi' \qquad (1.1.1.1.)$$

Dans l'équation (1.1.1.1) ψ' est la fonction d'onde du système et l'opérateur hamiltonien $\hat{H}$ comprend les termes suivants : $\hat{T}_N$ et $\hat{T}_e$ des énergies cinétiques des noyaux et des électrons, $\hat{V}_1$ d'énergie potentielle d'interaction des noyaux, $\hat{V}_2$ d'énergie potentielle d'interaction des électrons, $\hat{V}_3$ d'énergie potentielle d'interaction noyaux/électrons, puis $\hat{V}_4$ d'énergie potentielle des particules dans un éventuel champ extérieur. Vu le nombre élevé de particules du cristal, grâce à l'approximation de *Born-Oppenheimer*, on scinde l'équation (1.1.1.1) en deux parties : une relative aux noyaux et une autre relative aux électrons. La résolution de la 1ère conduit au *spectre des phonons* (quanta d'énergie vibrationnelle des noyaux) du cristal [1], [4]. Pour la résolution de l'équation

relative aux électrons, on utilise *des méthodes variationnelles* basées sur l'hypothèse d'énergie minimum des électrons (*méthode de Hartree-Fock, méthode du champ auto-cohérent d'interaction entre électrons*, etc.). On aboutit ainsi à la réduction de l'étude du problème de N électrons en interaction à celle du comportement d'un seul électron indépendamment des autres, c'est-à-dire à *la recherche des états monoélectroniques* pour le cristal. L'équation (E.D ou E.D.P) qui en résulte est du type :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \hat{V}(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \qquad (1.1.1.2)$$

où, vu la périodicité dans la position des sites, l'énergie potentielle électronique est périodique :

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{R}) \qquad (1.1.1.3)$$

avec $\vec{R}$ le vecteur de translation fondamentale du réseau. La fonction d'onde ψ de « l'électron indépendant » a quant à elle la forme ci-après des fonctions de Bloch :

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r})\exp\left[i(\vec{k}.\vec{r})\right] \qquad (1.1.1.4)$$

où $\vec{k}$ est le vecteur d'onde et

$$u_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) \qquad (1.1.1.5)$$

Pour l'énergie E de l'électron, la résolution de l'équation (1.1.1.2) par diverses méthodes (celle du pseudo-potentiel, celle de l'onde plane orthogonalisée, etc.) montre que :

(i) E est une fonction paire de $\vec{k}$:

$$E(\vec{k}) = E(-\vec{k}) \qquad (1.1.1.6)$$

(ii) Elle est périodique dans le réseau réciproque (espace -$\vec{k}$), avec $\vec{R}'$ comme période, $\vec{R}'$, étant le vecteur de translation fondamentale dans ce réseau :

$$E(\vec{k}) = \vec{E}(\vec{k} + \vec{R}') \qquad (1.1.1.7)$$

(iii) La relation de dispersion $E(\vec{k})$ est entièrement déterminée quand on varie $\vec{k}$ dans la *1ère zone de Brillouin* (Z.B : l'analogue dans l'espace -$\vec{k}$ de la 1ère maille élémentaire dans l'espace -$\vec{r}$).

(iv) La forme de la *surface isoénergétique* $E(\vec{k}) = c^{te}$ varie d'un cristal à un autre. Au voisinage d'un point d'extrémum $\vec{k}_o$, elle est bien approximée par une loi du type ci-après :

$$E(\vec{k}) \approx E(\vec{k}_o) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m_e^*}\right)\left(\vec{k} - \vec{k}_o\right)^2 \qquad (1.1.1.8)$$

où le tenseur de l'inverse de la masse effective de l'électron (un 3-tenseur d'ordre 2, c'est-à-dire une matrice 3 ×3) a pour expression :

$$\left(\frac{1}{m_e^*}\right)_{\alpha\beta} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \qquad (1.1.1.9)$$

(v) *Le diagramme* $E(\vec{k})$ *est structuré en bandes d'énergie.* La figure 1.1. représente une telle structure pour les cristaux de *Ge*, *Si* et *GaAs* dans certaines directions. Sur cette figure, Γ est le point de coordonnées (0,0,0) dans l'espace - $\vec{k}$: *L* a pour coordonnées $\left(\frac{\pi}{a},\frac{\pi}{a},\frac{\pi}{a}\right)$ (intersection de l'axe $\langle 111 \rangle$ avec la limite de la *Z.B*); *X* a pour coordonnées $\left(0,0,\frac{\pi}{a}\right)$ (intersection entre l'axe $\langle 100 \rangle$ et la limite de la *Z.B*); "*a*" est la longueur d'arête du réseau de chacun de ces cristaux.

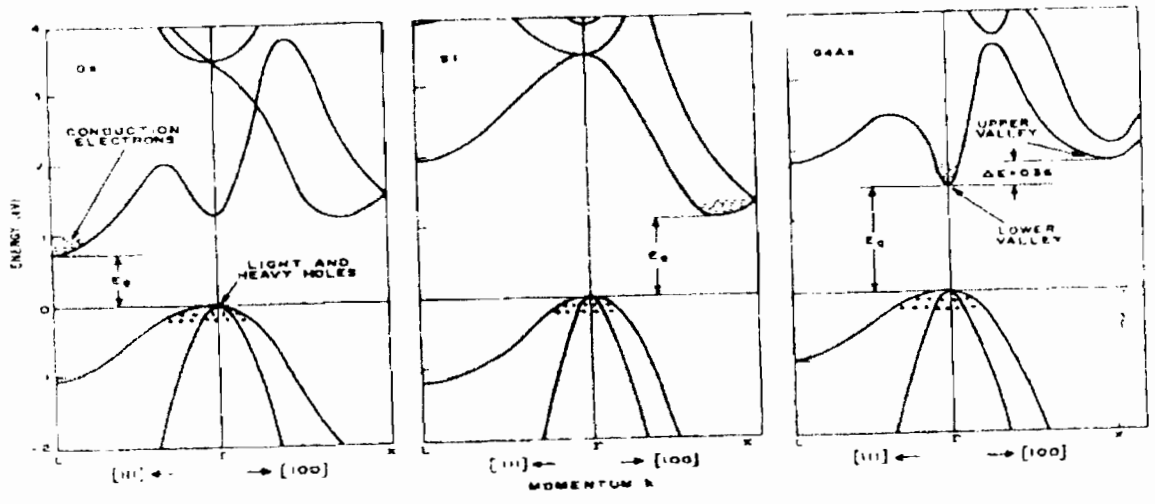


Fig. 1.1 : Diagramme d'énergie des porteurs de charges dans les cristaux de *Ge*, *Si* et *GaAs*.

Les intervalles de E pour lesquels $E(\vec{k})$ existe sont des *bandes permises* (B.P) ; les autres sont des *bandes interdites* (B.I). *La largeur d'une B.I* est notée E_g ; c'est la distance entre limite inférieure E_c de la bande de conduction (B.C) et la limite supérieure E_v de la bande de valence (B.V). La figure 1.2. est une représentation simplifiée de ces bandes. Le sens croissant des énergies électroniques est indiqué par une flèche dirigée vers le haut ; celui des énergies des trous se rapporte à la flèche orientée vers le bas

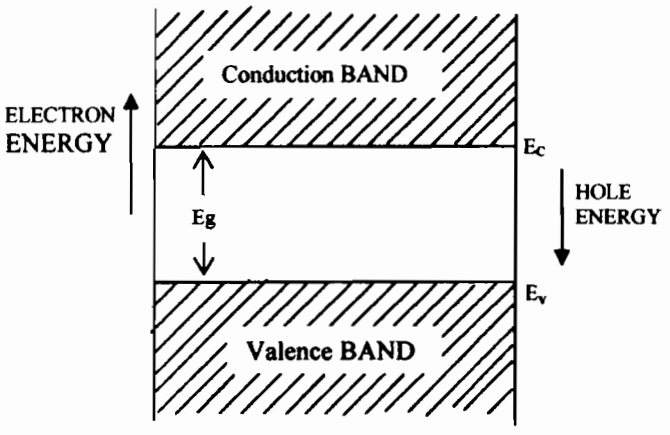


Fig. 1.2: Schéma simplifié des bandes d'énergie dans un cristal

I.1.2. Interprétation en termes de conductivité

I.1.2.1. Types de solides cristallins

La conduction électrique dans les solides cristallins est due aux électrons les moins liés aux noyaux, ceux dont les énergies sont les plus élevées : les électrons de conduction, électrons optiques ou électrons de valence, appartenant à la B.C. Ceux dont les énergies sont les plus basses sont très liés aux noyaux ; ils occupent les couches profondes (ou appartiennent à la B.V). Selon la valeur de la largeur E_g de la B.I, on distingue deux types principaux de solides : les métaux (ou conducteurs) et les diélectriques [2]-[3], [5].

a) Métaux

Dans un métal, la B.V est soit partiellement remplie à T = 0 K (*cas d'un élément à nombre impair d'électrons*), soit complètement remplie à T=0K (*élément à nombre pair d'électrons*), mais avec $E_g \to 0$ (la B.V chevauche pratiquement la B.C). A la température ambiante, les électrons périphériques des atomes d'un métal sont libres dans le matériau et l'application d'une différence de potentiel (ddp) et donc d'un champ électrique $\vec{E}'$ aux bornes d'un échantillon donné du métal donne lieu à un courant électrique dont le vecteur densité $\vec{j}$ est donné par :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}' \qquad (1.1.2.1)$$

Dans l'équation (1.1.2.1), σ *est la conductivité électrique* du matériau *et son inverse* $\rho = \frac{1}{\sigma}$ ***est la résistivité.*** **Pour de bons** conducteurs, ρ est de l'ordre de $10^{-6}\ \Omega$cm. De plus, elle croît avec la température selon la loi :

$$\rho(t) = \rho_o(1 + \alpha t) \qquad (1.1.2.2)$$

où t est en °C, ρ_o est la valeur de ρ à 0°C et $\alpha = \frac{1}{273}(°C)^{-1}$.

b) Diélectriques

Dans un diélectrique, aucune B.P n'en chevauche une autre : $E_g > 0$. La classe des diélectriques comprend :

(i) *Les isolants* pour lesquels E_g est grande : $E_g > 5ev$, de sorte qu'aux températures ambiantes ces matériaux n'ont pratiquement pas d'électrons libres (B.C pratiquement vide). Leur résistivité est très élevée : $\rho \approx 10^{14}$ à $10^{22}\Omega$cm.

(ii) *Les semiconducteurs*, pour lesquels E_g est assez petite : $E_g < 2ev$. Une agitation thermique faible peut faire passer des électrons de la B.V vers la B.C. La résistivité ρ de tels matériaux varie de 10^{-2} à $10^{+9}\Omega$cm.

De plus, pour un diélectrique en général, ρ décroît rapidement avec la température selon la loi ci-après :

$$\rho(T) = \rho'_o \exp\left(-\frac{E_a}{K_B T}\right) \qquad (1.1.2.3)$$

où T est un degrés Kelvin (K), ρ'_o est la valeur de ρ à 0 K , K_B est la constante de Boltzman et E_a est l'énergie d'activation du matériau. Dans la suite, les semiconducteurs nous intéresserons en priorité en tant qu'éléments de base dans une cellule solaire P.V.

I.1.2.2. Classement des semiconducteurs

a) Selon la composition

On distingue dans ce 1er type de classement [3] :

(i) *Les semiconducteurs ioniques*, dans lesquels le courant est assuré par les ions (+) et (–) (comme dans un électrolyte) ; ce qui altère la composition et la structure des substances, puis

(ii)*Les semiconducteurs électroniques*. On en distingue de divers types :

(ii.1) Eléments simples. Ex : $B, C, Si, P, S, Ge, As, Se, Sn, Sb, Te, I$;

(ii.2) Composés binaires du type $A^{III}B^{V}$, ex : nitrures, phosphures, arséniures, et antimoniures d'éléments du 3ème groupe du tableau de Mendéléiev (N.B : Les chiffres I, II, III, etc. indiquent les n^{os} des colonnes du tableau précédent), ex : $GaAs, InP, AlAs; AlP, AlSb; InAs$;

(ii.3) Composés binaires du type $A^{I}B^{VII}$, ex : $AgCl; CuBr; LiF$;

(ii.4) Composés binaires du type $A^{II}B^{VI}$, ex : oxydes, sulfures, séléniures, tellurures des métaux du 2ème groupe,
ex : $CdS; CdTe; CdSe; ZnS; ZnO; HgSe; HgTe;$

(ii.5) Composés binaires de formule $A^{IV}B^{IV}$, ex : $SiC, SiGe$;

(ii.6) Composés ternaires ou quaternaires,
ex : $Ga_xAl_{1-x}As, Ga_xIn_{1-n}As_yP_{1-y}; GaAsI; InGaSb; ZnCSeTe$.

b) Selon le type de conduction électrique

Dans ce 2ème type de classement figurent les *semiconducteurs purs* et les *semiconducteurs impurs*.

b.1) Matériaux purs : conduction intrinsèque

Dans un semiconducteur parfaitement pur, la B.P la plus haute (sur l'échelle des énergies) est la B.V : celle-ci est totalement pleine à 0 K. La B.P suivante (sens de E croissant) est la B.C ; celle-ci est totalement vide à 0 K. A cette température (0 K), le matériau est un isolant parfait. La valeur de E_g dépend de la composition et de la structure du cristal ; ex : E_g vaut 1,12 eV pour *Si* ; 0,66 eV pour *Ge* et 1,42 eV pour *GaAs* à $T = 300K$. *Pour faire passer un électron de la B.V à la B.C, il faut un apport extérieur d'énergie* $\geq E_g$ (ex : par agitation thermique, éclairement, irradiation par des particules suffisamment énergétiques, application d'une pression, d'un champ électrique ou d'un champ magnétique). La transition électronique ainsi occasionnée donne lieu : d'une part à *un électron quasi-libre* dans le cristal (côté B.C), puis d'autre part à un état vacant appelé *trou* dans la B.V. *On appelle conduction intrinsèque une conduction électrique impliquant un nombre de trous de la B.V égal au nombre d'états occupés par des électrons dans la* B.C. Une telle conduction correspond au « mouvement » de ces porteurs de charges ((–) ou électrons dans les états inoccupés de la BC ; (+) ou trous dans les états inoccupés de la B.V). *En appelant n et p les densités (nombres par unité de volume du matériau) de ces porteurs de charges dans leurs B.P respectives (B.C pour (–) et BV pour (+)*, on doit avoir :

$$\boxed{n = p = n_i} \qquad (1.1.2.4)$$

avec n_i la *densité intrinsèque des porteurs de charges*. Enfin, sous l'effet d'une ddp externe appliquée aux bornes du semiconducteur, les électrons de la BC et les trous de la BV se déplacent en sens inverse les uns des autres, ce qui donne lieu *au même sens pour les deux composantes du courant* électrique.

b.2) Matériaux impurs : conduction extrinsèque

A l'instar de toute substance, un matériau semiconducteur n'est jamais pur à 100 %. Quel que soit son degré de purification, il subsiste en son sein des atomes étrangers : *un semiconducteur impur est dit extrinsèque.* Le fait d'introduire des atomes d'impuretés dans un cristal constitue *le dopage* de ce cristal. Cela peut être opéré par diffusion ou implantation d'ions, directement par sublimation à haute température ou à l'aide d'une source gazeuse. La figure 1.3. représente un exemple de dopage d'un matériau semiconducteur élémentaire du $4^{ème}$ groupe du tableau de Mendéléiev (ex : *Si*) [1]. Dans le matériau intrinsèque (partie (a)), les liaisons covalentes entre un atome et ses voisins sont effectuées grâce à la mise en commun des 4 électrons périphériques de l'atome considéré d'une part, puis d'un électron en provenance de chacun des 4 voisins d'autre part, ce qui fait l'environnement d'un octet pour l'atome en question. Dans la partie (b), il est montré que l'introduction d' atomes du $5^{ème}$ groupe (ex : P) en positions substitutionnelles donne lieu à *un électron excédentaire non apparié (donc libre) par atome introduit. Les éléments du $5^{ème}$ groupe sont donc donneurs d'électrons à ceux du $4^{ème}$ groupe.* Le matériau est dit *dopé N* dans ce cas. On note par N_d la concentration d'atomes d'impuretés de ce type (donneur) et par E_d le niveau d'énergie de l'électron non apparié. Ce niveau se situe en général dans la B.I, plus près de E_c que de E_v. Pour faire passer cet électron de E_d vers la B.C, un apport extérieur d'énergie de l'ordre de $E_c - E_d$ ou plus (avec $E_c - E_d < E_g$) est nécessaire. L'atome donneur est alors ionisé (+). Le « mouvement » des électrons excédentaires de ce type dans les états vides de la B.C (où ces électrons ont été amenés sous l'effet d'une agitation thermique par ex.) correspond à une *conduction extrinsèque.*

La partie (c) montre que l'introduction d'atomes du $3^{ème}$ groupe (ex : B) en positions substitutionnelles dans un cristal d'un élément du $4^{ème}$ groupe (ex : *Si*) donne lieu à un *vide d'électron, c'est-à-dire un trou (ou une liaison pendante) par atome introduit. Les éléments du $3^{ème}$ groupe sont donc accepteurs d'électrons par rapport à ceux du $4^{ème}$ groupe.* Le matériau est dit

dopé P dans ce cas. On note par N_a la concentration d'atomes d'impuretés du type accepteur et par E_a le niveau d'énergie du trou libre. E_a est en général situé dans la B.I, plus près de E_v que de E_c. Pour combler l'état vacant (trou) précédent, on amène un électron de la B.V en lui communiquant une énergie au moins égale à $E_a - E_v (< E_g)$, par agitation thermique par ex. Il reste alors un trou excédentaire dans la B.V et l'atome accepteur est ionisé (–). Le « mouvement » des trous excédentaires de ce type dans la B.V (où ils ont pris naissance suite au départ d'électrons vers E_a sous l'effet d'un apport extérieur d'énergie) correspond également à une conduction extrinsèque.

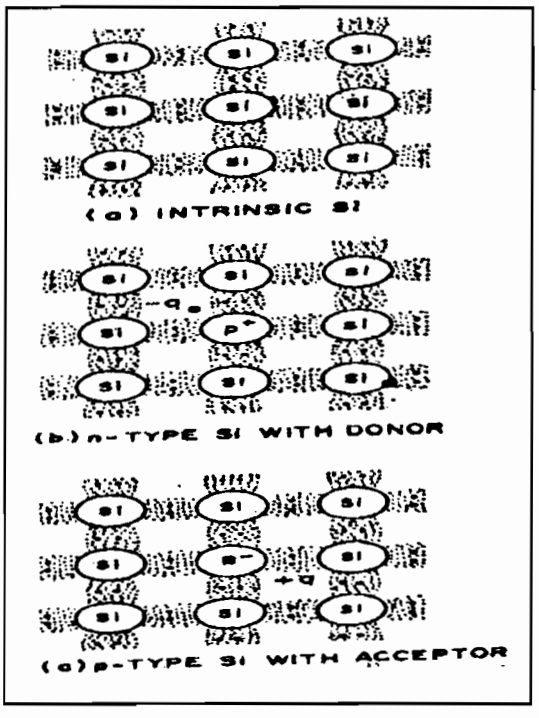


Fig. 1.3 : Schéma des dopages N et P d'un matériau semiconducteur élémentaire du 4ème groupes (ex : Si).

I.1.3. Concentrations des porteurs de charge et positions du niveau de Fermi

I.1.3.1. Cas d'un semiconducteur intrinsèque

a) Expressions générales de n et p

Dans un semiconducteur pur en équilibre thermodynamique (température T) la concentration (nombre par unité de volume du cristal) d'électrons de la B.C est calculée à l'aide de la relation ci-après de la physique statistique [1], [3] :

$$n = \int_{BC} f(E) g_e(E) dE \qquad (1.1.3.1)$$

où $g_e(E)$, la densité d'états électroniques dans la B.C (leur nombre par unité de volume et par unité d'intervalle spectral) et $f(E)$ le nombre moyen d'électrons occupant un état d'énergie E donné, sont donnés par les expressions :

$$g_e(E) = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \qquad (1.1.3.2)$$

$$f(E) = 1/\left\{ 1 + \exp\left[(E - E_F)/K_B T \right] \right\} \qquad (1.1.3.3)$$

avec m_e^* la masse effective d'un électron des états de la B.C, h la constante de Planck et E_F l'énergie du niveau de Fermi du cristal. En opérant l'intégration de l'équation (1.1.3.1) entre E_c et ∞, moyennant le changement de variable suivant :

$$\varepsilon = E - E_c \qquad (i.1)$$

on obtient :

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{1 + \exp\left[\dfrac{(\varepsilon + E_c) - E_F}{K_B T} \right]} \qquad (i.2)$$

Avec un autre changement de variable du type :

$$t' = \frac{\varepsilon}{K_B T} \qquad (i.3)$$

et en posant

$$\xi = \frac{E_F - E_c}{K_B T} \qquad \text{(i.4)}$$

on trouve :

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (K_B T)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{t'^{1/2} dt'}{1 + e^{(t' - \xi)}} \qquad (1.5)$$

soit

$$\boxed{n = 4\pi \left(\frac{2m_e^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} F_{1/2}(\xi)} \qquad (1.1.3.4)$$

où $F_{1/2}(\xi)$ est l'intégrale de Fermi d'ordre ½ pour la variable ξ.

Pour le calcul de la concentration des trous dans les états de la B.V on utilise la relation ci-après :

$$p = \int_{BV} [1 - f(E)] g_h(E) dE \qquad (1.1.3.5)$$

où la densité d'états vacants (trous dans la B.V est donnée par :

$$g_h(E) = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} \right) (E_V - E)^{1/2} \qquad (1.1.3.6)$$

avec m_h^* la masse effective d'un trou de la B.V.

NB : l'indice "h" tient pour "*hole*". De façon similaire au cas du calcul de n, un calcul de l'intégrale de l'équation (1.1.3.5) utilisant les changements de variables successifs suivants. (N.B : les bornes d'intégration par rapport à E sont $-\infty$ et E_v) :

$$\varepsilon' = E_v - E \qquad \text{(ii.1)}$$

$$t'' = \frac{\varepsilon'}{K_B T} \qquad \text{(ii.2)}$$

donne comme résultat (voir annexe 1) :

$$p = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} K_B T \right)^{3/2} \int_0^{+\infty} \frac{t''^{1/2} dt''}{1 + e^{(t'' - \eta)}} \qquad \text{(ii.3)}$$

soit $$\boxed{p = 4\pi\left(\frac{2m_h^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2} F_{1/2}(\eta)} \qquad (1.1.3.7)$$

où $F_{1/2}(\eta)$ est l'intégrale de Fermi d'ordre ½ de la variable η ci-dessous :

$$\eta = \frac{E_v - E_F}{K_B T} \qquad (ii.4)$$

En termes de remarques, dans les expressions précédentes :

(i) $g_e(E)$ doit être multiplié par un facteur égal au nombre M_C de minima de la B.C dans la Z.B, ex : $M_C = 1$ pour Si (voir fig : 1.1) ;

(ii) m_e^* est la racine cubique du produit des masses effectives des électrons le long des trois axes principaux de l'ellipsoïde représentant la surface isoénergétique :

$$m_e^* = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{1/3} \qquad (ii.5)$$

(iii) Du fait qu'on note deux types de maxima de la B.V pour des matériaux comme Si, Ge et $GaAs$ (voir fig.1.1), on a deux types de masses effectives pour les trous de la B.V : celle des trous légers (« light holes », indice « l ») et celle des trous lourds (« heavy holes », indice h') et m_h^* s'écrit :

$$m_h^* = \left(m_{lh}^{3/2} + m_{h'h}^{*3/2}\right)^{2/3} \qquad (ii.6)$$

b) Semiconducteur pur non dégénéré

Dans l'expression (1.1.3.3) de la distribution de Fermi-Dirac (F-D) des particules de spin demi-entier (fermions) par état quantique, lorsque l'exponentielle du dénominateur est très supérieure à 1, alors on a une distribution de Boltzman et $f(E)$ a pour expression :

$$f(E) = \exp\left[-\left(\frac{E - E_F}{K_B T}\right)\right] \qquad (1.1.3.8)$$

Ce cas correspond à *un matériau non dégénéré*. En remplaçant $f(E)$ par cette expression dans l'équation (1.1.3.1) et en calculant l'intégrale en jeu (entre E_c et ∞ pour E), on obtient (voir annexe 2) :

$$n = N_c \exp\left[-\left(\frac{E_c - E_F}{K_B T}\right)\right] \qquad (1.1.3.9)$$

avec

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2} \qquad (1.1.3.9')$$

De même, en remplaçant $f(E)$ par expression (1.1.3.8) dans l'équation (1.1.3.5), puis en calculant l'intégrale en jeu (entre $-\infty$ et E_v pour E), on obtient (voir annexe 3) :

$$p = N_v \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right] \qquad (1.1.3.10)$$

avec

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2} \qquad (1.1.3.10')$$

Les facteurs N_c et N_v dans les résultats précédents sont les densités effectives d'états pour les électrons dans la B.C et pour les trous dans la B.V respectivement. Par ailleurs, pour un matériau intrinsèque, l'équation (1.1.2.4) est vérifiée. Avec les résultats (1.1.3.9) à (1.1.3.10), on a les conséquences ci-après :

(i) Expressions du niveau intrinsèque de Fermi :

A la température d'équilibre T, ce niveau a pour expression

$$E_F(T) = E_i(T) = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{K_B T}{2}\ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right) = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4}K_B T \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \qquad (1.1.3.11)$$

A T = 0 K

$$E_F(o) = E_i(o) = \frac{E_c + E_v}{2} \qquad (1.1.3.11')$$

Ces résultats s'interprètent comme suit : *dans un semiconducteur pur, le niveau intrinsèque de Fermi est situé au milieu de la B.I au zéro absolu, sa valeur croît linéairement avec la température en se rapprochant de la B.P pour laquelle la densité effective des états des porteurs de charge est la plus faible.* La figure 1.4. illustre ces faits.

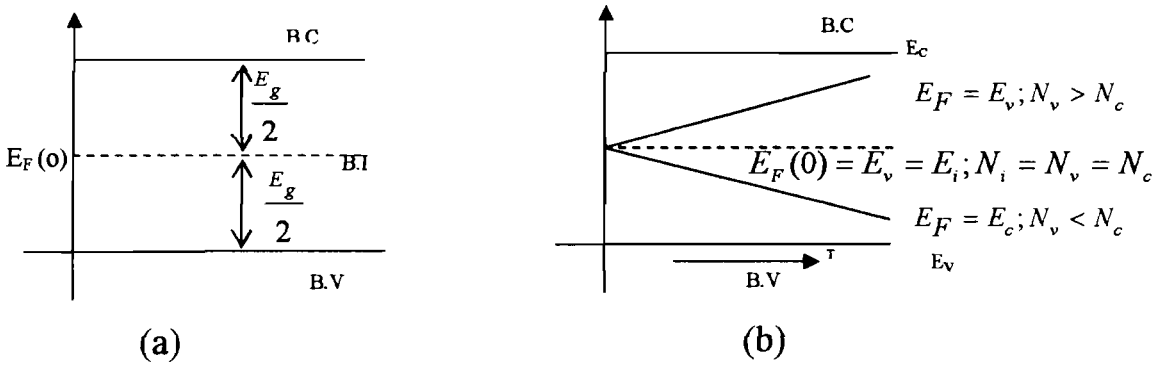


Fig. 1.4.(a) : Position du niveau intrinsèque de Fermi à 0 K ; (b) ses variations avec la température

(ii) Expressions de la concentration intrinsèque des porteurs de charge

A la température T d'équilibre du matériau pur, on a :

$$n_i = n = p = (np)^{1/2} = N_c \exp\left[-\left(\frac{E_c - E_i}{K_B T}\right)\right] = N_v \exp\left[-\left(\frac{E_i - E_v}{K_B T}\right)\right] = (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2K_B T}\right) \qquad (1.1.3.12)$$

c) Semiconducteur pur très dégénéré

Dans le cas précédent d'un semiconducteur pur non dégénéré, le niveau de Fermi est situé dans la B.I, assez loin du bord supérieur de la B.V et du bord inférieur de la B.C, c'est-à-dire tel que :

$E_v + K_B T \ll E_F \ll E_c - K_B T$ (iii.1)

Dans le cas où l'exponentielle du dénominateur de l'équation (1.1.3.3) est du même ordre de grandeur que « 1 », alors on a *un matériau dégénéré* et on doit utiliser les expressions de n et p obtenues dans le § I.1.3.1. a. Pour un matériau pur fortement dégénéré, le niveau de fermi se situe dans l'une ou l'autre des deux B.P (BC ou B.V), très loin du bord concerné de celle-ci et on a :

$E_F \gg E_c + 5K_BT$ (iii.2) ou $E_F \ll E_v - 5K_BT$ (iii.3)

Dans ces conditions, le calcul des intégrales (1.1.3.1) et (1.1.3.5) pour n et p respectivement donne :

$$n = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2}(E_F - E_c)^{3/2} \qquad (1.1.3.13)$$

$$p = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2}(E_v - E_F)^{3/2} \qquad (1.1.3.14)$$

I.1.3.2. Cas d'un semiconducteur extrinsèque

a) Considérations de base et expressions générales de n et p

Comme vu dans le § I.1.2.b.2, un semiconducteur dopé ou impur ou extrinsèque peut comporter un seul ou les deux types d'impuretés comme indiqué à la figure 1.5. par rapport au niveau intrinsèque de Fermi au zéro absolue.

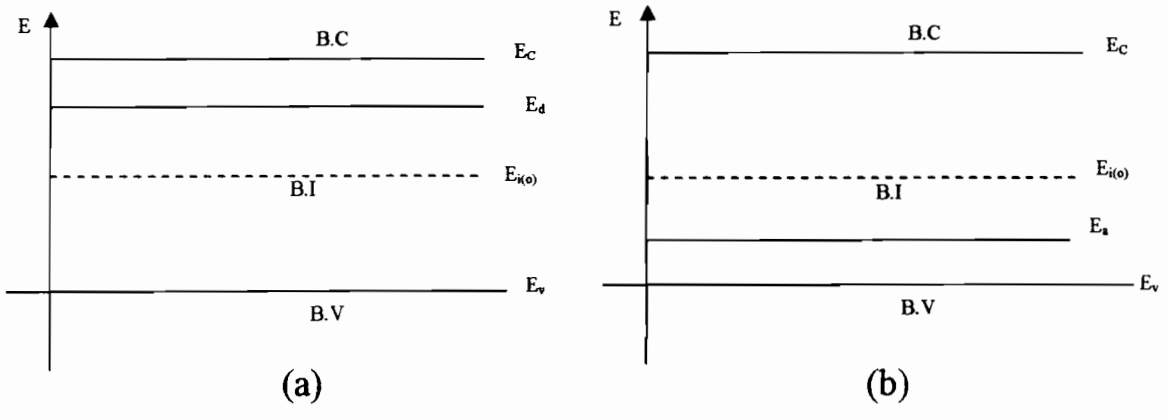


Fig. 1.5 : Position des niveaux donneur et accepteur par rapport au niveau intrinsèque de Fermi : (a) dans un matériau N, puis (b) dans un matériau P.

Dans le cas général, pour déterminer les expressions des concentrations n et p (électrons et trous libres dans le matériau dopé en équilibre à une température T) en fonction de N_a, N_d, E_a, E_d, E_F et T, on doit tenir compte des faits ci-après [2], [3] :

(i) Une partie des atomes dopants est ionisée et on a :

$$N_d = N_d^+ + N_d^o \qquad \text{(iv.1)}$$

$$N_a = N_a^- + N_a^o \qquad \text{(iv.2)}$$

(ii) Les probabilités d'occupation des niveaux E_d et E_a par un porteur de charge ont pour expressions :

$$f(E_d) = \frac{N_d^o}{N_d} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\exp\left[(E_d - E_F)/K_B T\right]} \qquad \text{(iv.3)}$$

$$f(E_a) = \frac{N_a^o}{N_a} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\exp\left[(E_F - E_a)/K_B T\right]} \qquad \text{(iv.4)}$$

où le facteur $\frac{1}{2}$ est l'inverse du degré de dégénérescence (g = 2) de chacun de ces 2 niveaux. Ainsi, vu les équations (iv.1) et (iv.2), les concentrations des donneurs ionisés dans un matériau N et des accepteurs ionisés dans un matériau P s'écrivent :

$$N_d^+ = N_d - N_d^o = N_d\left[1 - f(E_d)\right] = \frac{N_d}{1 + 2\exp\left(\frac{E_F - E_d}{K_B T}\right)} \qquad \text{(i.v.5)}$$

$$N_a^- = N_a - N_a^o = N_a\left[1 - f(E_a)\right] = \frac{N_a}{1 + 2\exp\left(\frac{E_a - E_F}{K_B T}\right)} \qquad \text{(iv.6)}$$

(iii) La neutralité électronique du matériau extrinsèque exige l'égalité des charges négatives (électrons et accepteurs ionisés) et des charges positives (trous et donneurs ionisés) :

$$n + N_a^- = p + N_d^+ \qquad \text{(iv.7)}$$

En particulier, si toutes les impuretés sont ionisées, $N_d^o = N_a^o = 0$; $N_d^+ = N_d$ et $N_a^- = N_a$, l'équation (iv.7) devient :

$$n - p = N_d - N_a \qquad \text{(iv.8)}$$

(iv) Dans un semiconducteur extrinsèque, $n \neq p$, mais l'identité ci-après reste valable (comme pour un matériau intrinsèque) :

$$np = n_i^2 \qquad \text{(iv.9)}$$

En associant les équations (iv.8) et (iv.9), on a :

$$n + p = \left[\left(N_d - N_a \right)^2 + 4n_i^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(iv.10)}$$

Puis, en combinant les équations (iv.8) et (iv.10), on obtient les expressions ci-dessous pour n et p :

$$n = \frac{1}{2}\left[\left(N_d - N_a \right) + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2} \right] \qquad \text{(1.1.3.15)}$$

$$p = \frac{1}{2}\left[\left(N_a - N_d \right) + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2} \right] \qquad \text{(1.1.3.16)}$$

b) Porteurs majoritaires et minoritaires

Dans un semiconducteur dopé (impur ou extrinsèque), les porteurs majoritaires sont ceux dont la concentration est supérieure à la concentration intrinsèque (n_i) ; les porteurs minoritaires sont ceux dont la concentration est inférieure à n_i. Ainsi, dans l'hypothèse où tous les atomes d'impuretés sont ionisés,

(i) Dans un semiconducteur dopé N, on a :

$$N_a = o \qquad \text{(v.1)} ; \qquad N_d = N_d^+ \gg n_i \qquad \text{(v.2)}$$

et les équations (1.1.3.15)- (1.1.3.16) deviennent (voir annexe 4 a) :

$$n = n_{no} \approx N_d \gg n_i \qquad \text{(1.1.3.17)}$$

$$p = p_{n_o} \approx \frac{n_i^2}{N_d} \ll n_i \qquad \text{(1.1.317')}$$

« Dans un semiconducteur dopé N, les électrons sont des porteurs de charge majoritaires et les trous des porteurs de charge minoritaires ».

(ii) A l'opposé, dans un semiconducteur dopé P, on a :

$N_d = 0$ (v.3) ; $N_a = N_a^- \gg n_i$ (v.4)

et les équations (1.1.3.15) (1.1.3.16) deviennent (voir annexe 4 b) :

$$\boxed{p = p_{p_o} \approx N_a \gg n_i} \qquad (1.1.3.18)$$

$$\boxed{n = n_{p_o} \approx \frac{n_i^2}{N_a} \ll n_i} \qquad (1.1.3.18')$$

« Dans un semiconducteur dopé P, les trous sont des porteurs de charge majoritaires et les électrons des porteurs de charge minoritaires ».

c) Expressions de l'énergie du niveau de Fermi et du potentiel de Fermi

c.1) Cas d'un semiconducteur dopé N et non dégénéré

Dans ce cas, en associant les équations (1.1.3.9) et (1.1.3.17) valables dans la situation où tous les atomes d'impuretés sont ionisés, on a :

$$N_d \approx N_c \exp\left[-\left(\frac{E_c - E_F}{K_B T}\right)\right] \qquad (vi.1)$$

et donc

$$E_c - E_F \approx K_B T \ln\left(\frac{N_c}{N_d}\right) \qquad (vi.2)$$

Par ailleurs, selon l'une des identités (1.1.3.12), on a :

$$E_i - E_c = K_B T \ln\left(\frac{n_i}{N_c}\right) \qquad (vi.3)$$

L'addition des équations (vi.2) et (vi.3) membre à membre donne :

$$\boxed{E_F \approx E_i - K_B T \ln\left(\frac{n_i}{N_d}\right)} \qquad (1.1.3.19)$$

Vu que $n_i \ll N_d$ ici, on en conclut que « *dans un semiconducteur dopé N, le niveau de Fermi est situé au-dessus du niveau intrinsèque de Fermi, de plus, son énergie croît avec la température et la concentration de dopage* »

L'équation (1.1.3.19) permet également d'écrire que :

$$\boxed{N_d \approx n \approx n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{K_B T}\right)} \qquad \text{(vi.4)}$$

En définissant le potentiel de Fermi Φ_F des porteurs majoritaires du matériau (électrons ici) par :

$$\boxed{-q\Phi_F = E_F - E_i} \qquad (1.1.3.19')$$

avec "$-q$" la charge de ces porteurs, on réécrit l'équation (vi.4) comme suit :

$$\boxed{N_d \approx n \approx n_i \exp\left(\frac{-q\Phi_F}{K_B T}\right)} \qquad (1.1.3.19'')$$

Dans ces relations, comme $E_F > E_i$ ici, on a $-q\Phi_F > 0$ et donc $\Phi_F < 0$ pour un semiconducteur N.

c. 2) Cas d'un semiconducteur dopé P et non dégénéré

Dans ce cas, si on associe les équations (1.1.3.10) et (1.1.3.18), on a :

$$N_a \approx p \approx N_v \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right] \qquad \text{(vii.1)}$$

et donc

$$E_v - E_F \approx -K_B T \ln\left(\frac{N_v}{N_a}\right) \qquad \text{(vii.2)}$$

Or, selon l'une des identités (1.1.3.12), on a :

$$E_i - E_v = -K_B T \ln\left(\frac{n_i}{N_v}\right) \qquad \text{(vii.3)}$$

Donc, la somme des équations (vii.2) et (vii.3) membre à membre donne :

$$\boxed{E_F \approx E_i - K_B T \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)} \qquad (1.1.3.20)$$

Avec $N_a \gg n_i$ ici, on en déduit que « dans un semiconducteur dopé P, le niveau de Fermi est situé en dessous du niveau intrinsèque de Fermi ; de plus, son énergie diminue en valeur algébrique quand la température et la concentration de dopage augmentent ».

Par ailleurs, l'équation (1.1.3.20) permet d'écrire que :

$$N_a \approx p \approx n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{K_B T}\right) \qquad \text{(vii.4)}$$

En posant le potentiel de Fermi Φ_F des porteurs majoritaires du matériau (trous ici) tel que :

$$q\Phi_F = E_i - E_F \qquad (1.1.3.20')$$

on réécrit l'équation (vii.4) sous la forme :

$$N_a \approx p \approx n_i \exp\left(\frac{q\Phi_F}{K_B T}\right) \qquad (1.1.3.20'')$$

avec q la charge de chacun des porteurs concernés. On note qu'avec $E_i > E_F$, Φ_F *est positif pour un semiconducteur* P. De plus, vu les équations (1.1.3.17) et (1.1.3.18), on peut réécrire les équations (1.1.3.19) et (1.1.3.20) comme suit :

- Pour un matériau N dont toutes les impuretés sont ionisées,

$$E_F - E_i \approx K_B T \ln\left(\frac{n_{n_o}}{n_i}\right) \qquad (1.1.3.21)$$

- Pour un matériau P dont toutes les impuretés sont ionisées,

$$E_i - E_F \approx K_B T \ln\left(\frac{p_{n_o}}{n_i}\right) \qquad (1.1.3.22)$$

I.2. Energétique et transport de courant dans une jonction P/N et une cellule photovoltaïque faite de cette jonction

I.2.1. Note sur les cellules solaires P.V

Une cellule solaire P.V est le plus petit dispositif qui convertit directement l'énergie lumineuse (solaire entre autres) en énergie électrique. En connectant plusieurs cellules solaires P.V (en série), on obtient un *panneau solaire P.V.* Un assemblage de plusieurs panneaux (en série et/ou parallèle) donne quant à lui un *module solaire P.V.* Enfin, plusieurs modules peuvent être assemblés pour former un *champ de modules solaires P.V* qu'on expose au rayonnement solaire (R.S) en vue de produire, stocker et utiliser l'énergie électrique qui en résulte à des échelles diverses (ex : famille, village, communauté plus importante). En fonction de l'époque, de l'utilisation recherchée et de la disponibilité des matériaux de base, divers types de cellules solaires ont été (et continuent à être) conçues. Ainsi, *dans la catégorie des cellules solaires P.V conventionnelles, généralement utilisées sans concentration* (de la lumière solaire incidente), on distingue les *cellules solaires* :

- Monocristallines ;
- A couches minces polycristallines ;
- A base de matériaux amorphes ;
- A base de matériaux organiques.

La catégorie de *cellules solaires P.V non conventionnelles* englobe des dispositifs opérant *sous concentration* et utilisés soit pour des applications terrestres particulières, soit pour des applications spatiales. Ces dispositifs doivent répondre au critère premier de rendement de conversion très élevé, ce qui implique des matériaux de base monocristallins et *des concepts innovateurs* dans leur fabrication. La littérature spécialisée fait état des divers dispositifs existant dans cette catégorie, du détail sur leurs procédés de fabrication, leurs performances et l'évolution technologique du secteur (ex : réfs. n^{os} 8 et 9 dans [6], [7]).

Une cellule solaire P.V conventionnelle (le type qui sera traité dans la suite de ce travail) comprend les parties essentielles suivantes :

- Une jonction de 2 semiconducteurs, l'un dopé P, l'autre dopé N (*jonction P/N*) ;
- Une couche anti-reflet sur la surface avant (exposée au R.S) ;
- Des contacts ohmiques à l'avant et à l'arrière (formant les électrodes) du dispositif ;
- Une encapsulation éventuelle.

Si le matériau de base est le même pour les deux semiconducteurs on parle *d'homojonction*, ex : $n-pSi, n-pG_e, n-p-GaAs$; etc.

Si les deux semiconducteurs sont d'espèces différentes, on parle *d'hétérojonction*, ex : $n-Cd_s / p-Cu_2S; n-Z_nS_e / p-G_aA_s; n-G_aP / p-S_i$; $n-Cd_s / p-CdT_e$; etc. Dans la suite on ne parlera que du cas d'une homojonction pour la simplicité. En prenant l'exemple de *Si* (substance de base la plus abondante en technologie des semiconducteurs), on en réalise une jonction P/N selon les étapes principales ci-après [1], [8] :

- Purification du matériau de base, du type *Si* métallurgique (c'est-à-dire pur à 96-99 %), jusqu'à avoir un cristal de qualité électronique (pur à plus de 99,999%) ;
- Formation d'un substrat dopé d'un type donné d'impuretés (N ou P), Diverses méthodes sont utilisées pour ces deux étapes : méthodes Czochraski, celle de la toile dendritique (procédé Westinghouse), celle du ruban EFG (edge-defined film-fed growth), croissance en phase vapeur, etc;
- Découpage du substrat en feuillets minces de dimensions déterminées : pour les cellules ordinaires, le diamètre varie de 5 à 10 cm (quand elles sont rondes) ; l'épaisseur varie entre 20 et 200 µm ;
- Réalisation de la jonction par diffusion thermique (implantation d'ions ou autre méthode) de l'autre type d'impuretés ;
- Poursuite avec les étapes signalées dans les paragraphes précédents c'est-à-dire la mise d'une couche anti-reflet ; des contacts ohmiques et d'une encapsulation.

I.2.2. Jonction P/N à équilibre

I.2.2.1. Description du problème

Un schéma simplifié des bandes d'énergie des deux semiconducteurs d'un même matériau de base avant leur contact est montré à la figure 1.6. Suite aux dopages différents, les niveaux de Fermi E_{FP} et E_{FN} sont distincts. Or, les affinités électroniques ont même valeur χ car les deux semiconducteurs ont même matériau de base. Donc, les travaux d'extraction Φ'_P et Φ'_N sont différents. De plus les écarts entre niveaux de Fermi et bord de la B.P la plus proche se notent :

$$\Delta_P = E_{FP} - E_v \qquad (1.2.1.1)$$

$$\Delta_N = E_C - E_{FN} \qquad (1.2.2.2)$$

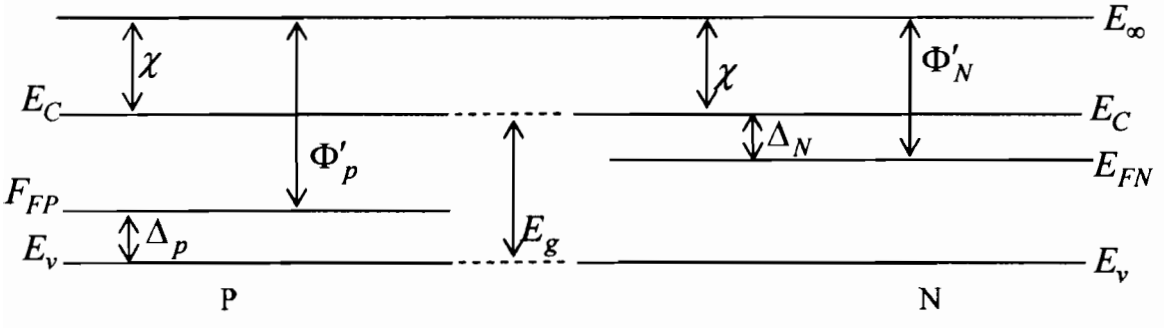


Fig. 1.6 : Schéma simplifié des bandes d'énergie de deux semiconducteurs d'une homojonction avant contact.

Dès la réalisation de la jonction (homojonction ici) ou mise en contact des deux semiconducteurs, il s'établit un équilibre thermodynamique pour le système résultant, c'est-à-dire l'égalité des températures et des potentiels chimiques (énergies de Fermi) des deux matériaux ou l'alignement des niveaux de Fermi (E_{FP} et E_{FN}). Cela équivaut à un abaissement des niveaux E_C, E_F et E_v côté N et à un relèvement des mêmes niveaux côté P. Il s'ensuit une diffusion quasi-instantanée des électrons libres (porteurs majoritaires) du matériau N vers le matériau P. Cela laisse des atomes d'impuretés ionisés (+) du côté N tandis que les atomes d'impuretés côté P deviennent ionisés (-). Ces

atomes ainsi ionisés forment une *zone de charges d'espace* fixes ($Z.C.E$) dans le cristal au voisinage de la jonction. Et comme les porteurs de charges libres (électrons côté N et trous côté P) ont quitté leur place, la zone précédente s'appelle aussi *zone d'épuisement* ($Z.E$) (fig. 1.7.a).

Dans la suite de cette étude, nous considérons un *modèle unidimensionnel* (1-D) de jonction (grandeurs ne variant qu'avec la coordonnée x ; direction perpendiculaire au plan de la jonction). En général, la concentration des impuretés au voisinage de ce plan est une fonction non simple de x, qu'on prend en 1ère approximation du type *fonction erreur complémentaire.* Des modèles plus simples supposent des concentrations de dopage du type soit *jonction graduelle linéaire,* soit *jonction abrupte.* Pour la simplicité, nous optons pour ce dernier modèle dans la suite. Les hypothèses qui le caractérisent sont entre autre [1], [9], [10] :

- Absence de charges libres dans la $Z.E$;
- Ionisation de toutes les impuretés entre les abscisses $-x_p$ et x_n (limites de la ZCE) ;
- Présence d'un champ électrique statique $\vec{E}_1'$ dans la ZCE et non hors de celle-ci ;
- Constante diélectrique ε_s du matériau de base non modifiée par le dopage et l'apparition d'un champ électrique dans la ZCE ;
- Equilibre thermique du système (température T) et absence de tension ou irradiation appliquées ;
- Profil de dopage idéal, c'est-à-dire concentration des impuretés P égale à une constante N_a entre $-x_p$ et 0, plus celle des impuretés N égale à une autre constante N_d entre 0 et x_n.

Avec ces données, on se propose d'établir les expressions analytiques des grandeurs suivantes au voisinage du plan de la jonction densité de charges fixes (ρ), valeur algébrique du champ électrique (E_1') ; potentiel électrostatique (V_1) ; tension de diffusion (V_{bi}) ; épaisseur de la $Z.C.E(W)$, énergie et structure des bandes, barrière d'énergie potentielle.

I.2.2.2. Expressions de grandeurs caractéristiques de la Z.C.E pour une jonction idéale

a) Densité de charges

La densité de charges dans la zone N est égale à la concentration en atomes donneurs multipliées par q, (puisque chacun de ces atomes a perdu un électron), et la densité de charges dans la zone P est égale à la concentration en atomes accepteurs multipliée par $-q$, (puisque chacun de ces atomes a perdu un trou). Elle est nulle en dehors de la Z.C.E. On a donc [10] :

$$\rho(x)=\begin{cases}0\ ; & -\infty < x < -x_p \\ -qN_a\ ; & -x_p < x < 0 \\ qN_d\ ; & 0 < x < x_n \\ 0\ ; & x_n < x < \infty\end{cases} \qquad (1.2.2.3)$$

La figure. 1.7.b indique l'allure de la $\rho(x)$.

b) Champ électrique

Selon l'équation de Poisson pour le potentiel électrique V_1 créé par une distribution de charges de densité ρ dans un milieu de permittivité diélectrique $\varepsilon(=\varepsilon_s)$ on a :

$$\Delta V_1 = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_s} \qquad (1.2.2.4)$$

Cette équation s'écrit comme suit à 1-D :

$$\frac{d^2V_1}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_s} \qquad (1.2.2.5)$$

Par ailleurs, les charges étant fixes, elles créent en leur sein et en leur voisinage un champ électrique E_1' qui dérivé du potentiel scalaire V comme suit :

$$\vec{E}_1' = -\vec{\nabla}V_1 \qquad (1.2.2.6)$$

soit à 1-D

$$E_1'(x) = -\frac{dV_1}{dx} \qquad (1.2.2.6')$$

Les équations (1.2.2.5) et (1.2.2.6′) montrent que

$$E_1'(x) = +\int \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s} dx \qquad (1.2.2.7)$$

Avec les données de l'équation (1.2.2.3) et les conditions aux limités (C.L) sur $E_1'(x)$, on obtient :

$$E_1'(x) = \begin{cases} 0 \ ; & x \le -x_p \\ -\dfrac{qN_a}{\varepsilon_s}(x + x_p) \ ; & -x_p \le x \le 0 \\ \dfrac{qN_d}{\varepsilon_s}(x - x_n) \ ; & 0 \le x \le x_n \\ 0 \ ; & x \ge x_n \end{cases} \qquad (1.2.2.8)$$

La continuité de $E_1'(x)$ en toute abscisse et en particulier en $x = 0$ implique l'identité suivante entre les niveaux de dopage et les distances x_p et x_n (poser $x = 0$ dans les 2ème et 3ème expressions du 2ème membre de l'équation (1.2.2.8) :

$$\boxed{N_a x_p = N_d x_n} \qquad (1.2.2.9)$$

L'équation (1.2.2.9) traduit une neutralité électrique du cristal partout.
En effet, chaque membre de cette équation multipliée par q représente la valeur absolue de la charge de chaque côté de la jonction (par unité d'aire d'une section droite). La figure 1.7.c représente l'allure graphique de $E_1'(x)$. En valeur absolue, $E_1'(x)$ a pour maximum l'expression

$$\boxed{\left|E_1'\right|_{\max} = \left|E_1'(x=0)\right| = \frac{qN_a}{\varepsilon_s} x_p = \frac{qN_d}{\varepsilon_s} x_n} \qquad (1.2.2.10)$$

c) Potentiel électrique tension de diffusion et épaisseur de la Z.C.E

Partant de l'équation (1.2.2.6′), on a :

$$V_1(x) = -\int E_1'(x) dx \qquad (1.2.2.11)$$

Et vu la forme analytique (1.2.2.8) de $E_1'(x)$, la continuité de la fonction $V(x)$, ainsi qu'une C.L du type $V_1(x \le -x_p) = 0$, on obtient (annexe 5.b) :

$$V_1(x) = \begin{cases} 0 \quad ; \quad x \le -x_p \\ +\dfrac{qN_a}{2\varepsilon_s}(x + x_p)^2 \quad ; \quad -x_p \le x \le 0 \\ -\dfrac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2x_n x) + \dfrac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 \quad ; \quad 0 \le x \le x_n \\ c^{te} = V(x_n) = \dfrac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2 + \dfrac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 \quad ; \quad x_n \le x \end{cases} \qquad (1.2.2.12)$$

La figure 1.7.d représente graphiquement cette fonction $V_1(x)$. Dans l'intervalle $[-x_p; 0]$, $V_1(x)$ a l'allure d'une parabole dont la concavité est tournée vers les potentiels positifs (vers le haut). Par contre, dans le domaine $[0; x_n]$, $V_1(x)$ a la forme d'une parabole dont la concavité est tournée vers le bas. Le maximum de $V_1(x)$ a donc lieu en $x = x_n$. La différence de potentiel (ddp) $V_1(x_n) - V_1(-x_p) = V_1(x_n) - 0$ est justement la tension de diffusion V_{bi} . Vu le dernier terme de l'équation (1.2.2.12) ainsi que les équations (1.2.2.9) et (1.2.2.10), on a l'une ou l'autre des expressions analytiques ci-après entre V_{bi}, la largeur (ou l'épaisseur) W de la Z.C.E, les niveaux de dopages (N_a et N_d) et le maximum de la valeur absolue du champ électrique dans cette zone $|E_1'|_{max}$ (annexe 5.C) :

$$\boxed{\begin{aligned} V_{bi} &= V_1(x_n) - V_1(-x_p) = \frac{qN_a x_p}{2\varepsilon_s}W = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n W = \frac{1}{2}|E_1'|_{max} W \\ &= \frac{q}{2\varepsilon_s}(N_a^2 x_p^2)\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right) = \frac{q}{2\varepsilon_s}\left(N_d^2 x_n^2\right)\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right) \end{aligned}} \qquad (1.2.2.13)$$

avec

$$\boxed{W = x_n + x_p} \qquad (1.2.2.14)$$

D'où (annexe 5.d) :

$$\boxed{W = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)V_{bi}\right]^{1/2}} \qquad (1.2.2.15)$$

On note que selon la 4ème égalité de l'équation (1.2.2.13), la tension de diffusion est égale à l'aire (hachurée sur la figure 1.7.c) entre la courbe $E_1'(x)$ et l'axe $0x$.

d) Energie potentielle électronique et diagramme des bandes d'énergie

L'énergie potentielle électronique étant liée au potentiel électrique par $E = -qV_1$, vu les expressions (1.2.2.12) pour $V_1(x)$, avec l'alignement des niveaux de Fermi lors du contact de deux semiconducteurs, les bords des bandes d'énergie (E_c et E_v) subissent une courbure qui, dans et au voisinage de la Z.C.E, a pour forme analytique :

$$E(x) = -qV_1(x) = \begin{cases} 0 \;;\; x \le -x_p \\ -\dfrac{q^2 N_a}{2\varepsilon_s}(x + x_p)^2 \;;\; -x_p \le x \le 0 \\ +\dfrac{q^2 N_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2x_n x) - \dfrac{q^2 N_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 \;;\; 0 \le x \le x_n \\ -qV_{bi} \;\;;\;\; x_n \le x \end{cases} \qquad (1.2.2.16)$$

où "$-q$" est la charge de l'électron en valeur algébrique. Les formes des courbures des bords des bandes d'énergie électronique restent donc paraboliques mais leurs concavités s'inversent par rapport à celles de la fonction $V_1(x)$. La figure 1.7.e montre l'allure graphique de ces bords de bande.

e) Barrière d'énergie potentielle et densités des porteurs de charges minoritaires

Sur la fig. 1.7.e, on note que la barrière d'énergie potentielle électronique résultant de la jonction a pour hauteur :

$$\boxed{qV_{bi} = E_g - (\Delta_N + \Delta_P)} \qquad (1.2.2.17)$$

Selon les expressions (1.2.2.1) et (1.2.2.2) de Δ_P et Δ_N, on a :

$$qV_{bi} = E_g - (E_C - E_{FN} + E_{FP} - E_v) = E_g - (E_C - E_v) + (E_{FN} - E_{FP}) \qquad \text{(viii.1)}$$

Selon les expressions (1.2.2.1) et (1.2.2.2) de Δ_P et Δ_N , on a :

$$qV_{bi} = E_g - (E_C - E_{FN} + E_{FP} - E_v) = E_g - (E_C - E_v) + (E_{FN} - E_{FP}) \quad \text{(viii.1)}$$

Or, la largeur de la B.I est $E_g = E_c - E_v$. Donc :

$$qV_{bi} = E_{FN} - E_{FP} \quad \text{(viii.2)}$$

Donc, compte tenu des expressions (1.1.3.19) ou (1.1.3.21) pour E_{FN} et (1.1.3.20) ou (1.1.3.22) pour E_{FP} dans le cas de semiconducteurs dopés non dégénérés où toutes les impuretés sont ionisées, on a :

$$\boxed{qV_{bi} = K_B T \ln\left(\frac{N_d N_a}{n_i^2}\right) = K_B T \ln\left(\frac{n_{n_o} p_{p_o}}{n_i^2}\right)} \quad \text{(1.2.2.18)}$$

De plus, à équilibre de la jonction, on a :

$$n_i^2 = n_{n_o} p_{no} = n_{po} p_{po} \quad \text{(viii.3)}$$

avec les indices "n_o" et "po" se rapportant aux matériaux N et P respectivement, à équilibre et en dehors de la Z.C.E. Si on remplace n_i^2 par chacune de ses expressions de l'équation (viii.3) dans la dernière égalité de l'équation (1.2.2.18), on obtient les expressions ci-après des concentrations des porteurs minoritaires en fonction de la hauteur de barrière dans une jonction abrupte à équilibre

$$\boxed{n_{po} = n_{no} \exp\left(-\frac{qV_{bi}}{K_B T}\right)} \quad \text{(1.2.2.19)}$$

$$\boxed{p_{no} = p_{po} \exp\left(-\frac{qV_{bi}}{K_B T}\right)} \quad \text{(1.2.2.20)}$$

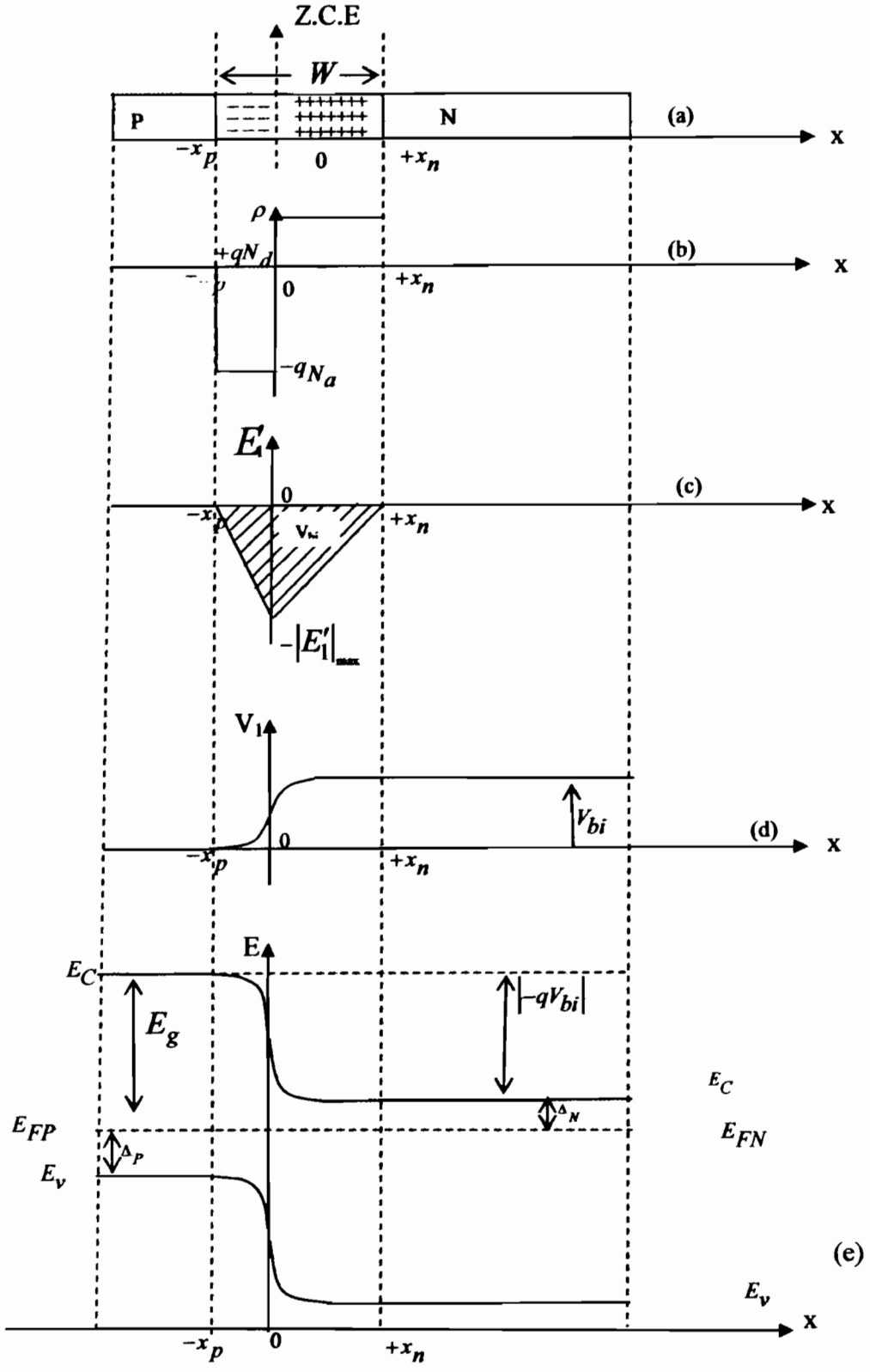


Fig. 1.7 : Schéma représentant : a) les régions d'une jonction P/N puis les distributions spatiales à 1-D : b) de la densité de charges d'espace ; c) du champ électrique dans (et autour de) la Z.C.E ; d) du potentiel électrique correspondant et enfin ; e) du diagramme des bandes d'énergie électronique pour une homojonction abrupte à équilibre.

I.2.3. Jonction P/N polarisée à l'obscurité

I.2.3.1.Types de polarisation

Par définition, polariser une jonction P/N signifie appliquer une tension (ou une ddp) constante donnée (à l'aide d'une source de tension continue) entre le matériau N et le matériau P. Si le matériau P est porté à un potentiel (+) par rapport au matériau N (ou si le côté N est porté à un potentiel (–) par rapport au côté P), *la polarisation est directe* (fig.1.8. a). Dans le cas contraire, *la polarisation est inverse* (fig.1.8.b) [6], [8].

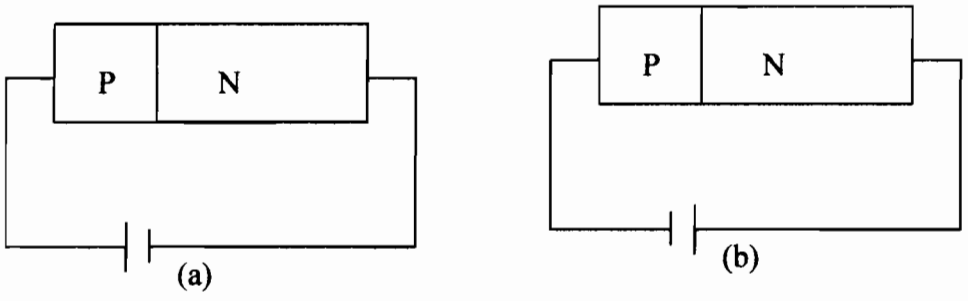


Fig. 1.8 : Types de polarisation d'une jonction : (a) polarisation directe ; (b) polarisation inverse

I.2.3.2. Effet sur le diagramme des bandes et queiques grandeurs caractéristiques de la Z.C.E

a) Courbure des bandes et hauteur de la barrière d'énergie potentielle

En raison du champ électrique d'origine extérieure appliqué entre les deux matériaux d'une jonction P/N polarisée, celle-ci est hors équilibre. En polarisation directe, la ddp entre le matériau P et le matériau N est positive :

$V_a = V_P - V_N > 0 \qquad (ix.1)$

Du côté N (où les électrons sont majoritaires), chaque électron est soumis à une ddp négative $(-V_a)$, ce qui fait une augmentation de son énergie potentielle de la quantité

$\Delta E_1 = (-q)(-V_a) = qV_a > 0 \qquad (ix.2)$

Par rapport à sa valeur de la fig.1.7.e, la hauteur de barrière d'énergie potentielle diminue donc de la quantité ΔE_1 et devient :

$$\boxed{qV'_{bi} = q\left(V_{bi} - V_a\right)} \qquad (1.2.3.1)$$

Comme le montre la fig : 1.9.a, les bords des bandes d'énergie et le niveau de Fermi côté N ont donc été relevés de la quantité $\Delta E_1 = qV_a > 0$ par rapport à leur état à équilibre. Suite à ces faits, les niveaux de Fermi ne sont plus alignés [6], [8], [9], [11].

En polarisation inverse, chaque électron du matériau N est soumis à une ddp positive $\left(+\left|V_a\right|\right)$ (car $V_p - V_N = +V_a < 0$). Il en découle une variation négative de l'énergie potentielle de cet électron :

$$\Delta E_2 = -q\left|V_a\right| < 0 \qquad (ix.3)$$

Les bords des bandes d'énergie et le niveau de Fermi côté N sont donc baissés de la quantité $\left|\Delta E_2\right|$ et la hauteur de barrière d'énergie potentielle (côté N) augmente de la même quantité $\left|\Delta E_2\right|$ par rapport à sa situation à équilibre :

$$\boxed{qV''_{bi} = q\left(V_{bi} + \left|V_a\right|\right) < 0} \qquad (1.2.3.2)$$

avec $\left|V_a\right|$ la valeur absolue (donc (+)) de la tension appliquée entre les deux matériaux de la jonction. La figure (1.9.b) montre cette augmentation de la hauteur de barrière et le non alignement des niveaux de Fermi résultant du déséquilibre établi (polarisation).

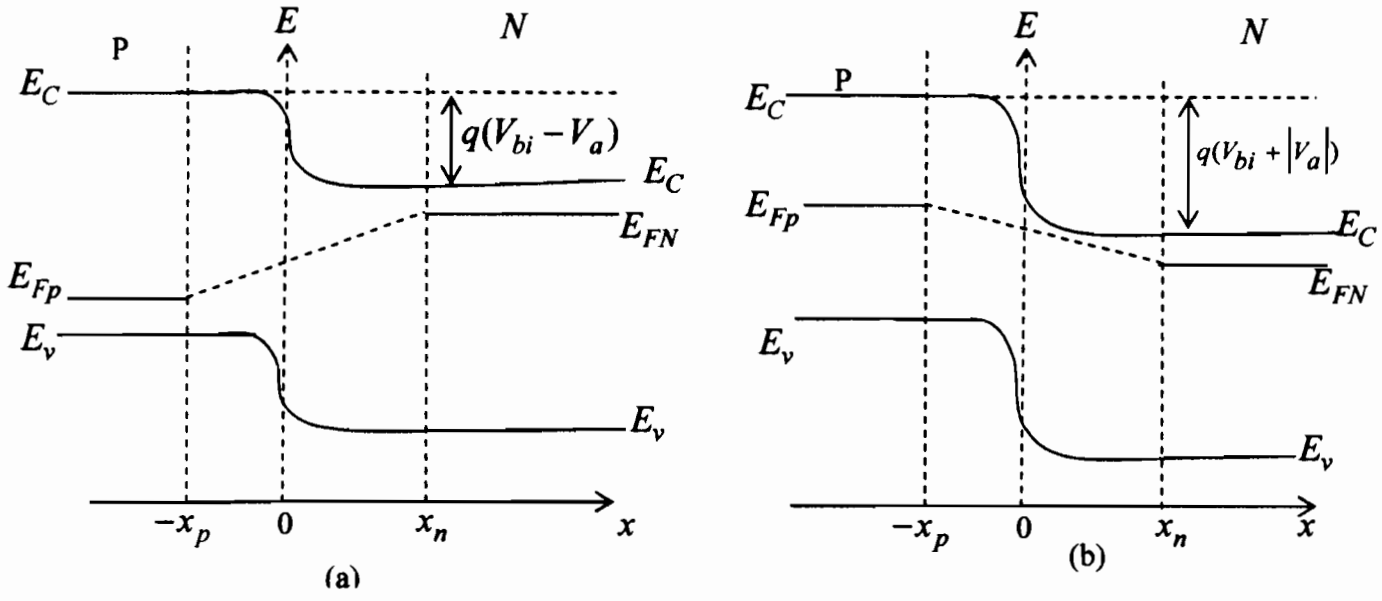


Fig. 1.9 : Diagramme des bandes d'énergie électronique d'une jonction P/N polarisée à l'obscurité : (a) en direct ; (b) en inverse

b) Epaisseur de la Z.C.E

Dans l'équation (1.2.2.15), si on remplace V_{bi} par V'_{bi} et V''_{bi} telles que données par les équations (1.2.3.1) et (1.2.3.2), on a respectivement :

(i) En polarisation directe (si on note $\left|V_a\right| = V$) :

$$W' = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)(V_{bi} - V)\right]^{1/2} \qquad (1.2.3.3)$$

(ii) En polarisation inverse

$$W'' = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)(V_{bi} + V)\right]^{1/2} \qquad (1.2.3.4)$$

c) Capacité de la jonction

La Z.C.E d'une jonction P/N à équilibre (donc sans polarisation) se comporte comme un condensateur plan dont les armatures planes parallèles seraient les suivantes : l'une chargée (–) côté P en l'abscisse $-x_p$, l'autre

chargée (+) côté N en l'abscisse $+x_n$. La charge en valeur absolue en chacun de ces deux pôles est (selon l'équation (1.2.2.9) :

$$Q_j = AqN_a x_p = AqN_d x_n \qquad (ix.4)$$

où l'indice "j" se rapporte à « jonction » et A est l'aire de la surface de la jonction. Par ailleurs, en considérant les deux dernières égalités dans l'équation (1.2.2.13), on a :

$$x_p = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\frac{N_d V_{bi}}{N_a(N_a+N_d)}\right]^{1/2} (ix.5); \qquad x_n = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\frac{N_a V_{bi}}{N_d(N_a+N_d)}\right]^{1/2} \qquad (ix.6)$$

En polarisation directe (application d'une tension positive $|V_a|$=V entre le côté P et le côté N de la jonction), les quantités Q_j, x_p, x_n, W et V_{bi} deviennent Q'_j, x'_p, x'_n, W' et V'_{bi} avec $W' = x'_p + x'_n$ et :

$$x'_p = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\frac{N_d\left(V_{bi}-V\right)}{N_a(N_a+N_d)}\right]^{1/2} (ix.7); \qquad x'_n = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q}\frac{N_a\left(V_{bi}+V\right)}{N_d(N_a+N_d)}\right]^{1/2} \qquad (ix.8)$$

$$Q'_j = AqN_a x'_p = AqN_d x'_n \qquad (ix.9)$$

Or, par définition, la capacité électrique de jonction polarisée est donnée par [1] :

$$\boxed{C_t = \left|\frac{dQ'_j}{dV}\right|} \qquad (ix.10)$$

où l'indice "t" tient pour « transition » (la Z.C.E est un effet une zone de transition). On a donc :

$$C_t = AqN_a\left|\frac{dx'_p}{dV}\right| = AqN_d\left|\frac{dx'_n}{dV}\right| \qquad (ix.11)$$

Et le calcul des dérivées de x'_p ou x'_n par rapport à V, vu les expressions (ix.7) ou (ix.8) pour x'_p ou x'_n, donne (annexe 6) :

$$C_t = A\left[\frac{q\varepsilon_s}{2}\left(\frac{N_a N_d}{N_a + N_d}\right)\left(\frac{1}{V_{bi} - V}\right)\right]^{1/2} \qquad (1.2.3.5)$$

où, compte tenu de l'expression (1.2.3.3) de W' :

$$C_t = A\frac{\varepsilon_s}{W'} \qquad (1.2.3.5')$$

Remarquons que partant de l'équation (1.2.3.5), *la capacité électrique d'une jonction P/N non polarisée* se note :

$$C_{t_o} = A\left[\frac{q\varepsilon_s}{2}\left(\frac{N_a N_d}{N_a + N_d}\right)\frac{1}{V_{bi}}\right]^{1/2} \qquad (1.2.3.6)$$

Il est dès lors facile de retrouver l'expression suivante entre C_t, C_{t_o}, et V pour une jonction P/N abrupte [1], [2] :

$$C_t = \frac{C_{t_o}}{\left(1 - \frac{V}{V_{bi}}\right)^{1/2}} \qquad (1.2.3.6')$$

Si la jonction P/N abrupte est polarisée en sens inverse, les quantités Q_j, x_p, x_n, W et V_{bi} sont respectivement remplacées par Q_j'', x_p'', x_n'', W'' et V_{bi}'', quantités dans lesquelles "$+V$" devient "$-V$" dans les équations précédentes ((ix.5) à (1.2.3.6')).

I.2.3.3. Caractéristique courant-tension (I.V) d'une jonction P/N idéale

a) Position du problème

La recherche de la caractéristique I-V d'une jonction P/N idéale (ou abrupte à 1-D) polarisée à l'obscurité passe par l'utilisation des hypothèses de base ci-après [1], [6], [8], [11] :

(i) La tension interne de la jonction et la ddp extérieure lui appliquée sont supposées agir entre les limites $-x_p$ et $+x_n$ de la Z.C.E ;

(ii) Cette ZCE se comporte comme un condensateur plan à l'intérieur duquel règne un champ électrique, non nul $\vec{E}'$; ce champ étant nul dans les régions restantes de la jonction étudiée.
(iii) Même sous polarisation de la jonction, les deux matériaux de celle-ci sont supposés non dégénérés : les expressions des porteurs libres y sont bien approximées par celles de la statistique classique de Maxwell-Boltzman (M-B) ;
(iv) Les tensions de polarisation sont suffisamment faibles pour que l'hypothèse de faible injection soit prévalente : les densités des porteurs de charges minoritaires en excès (c'est-à-dire dues à l'action du champ extérieur appliqué) sont très faibles par rapport à celles des porteurs majoritaires ;
(v) Aucune génération (de charges) n'a lieu dans la Z.C.E : les charges qui y résident sont fixes (charges d'espace), résultat du contact entre les deux matériaux ainsi que de la polarisation (d'où le champ $\vec{E}'$) ;
(vi) Les courants d'électrons et de trous à travers la jonction restent constants dans la Z.C.E.

Il s'agit dans la suite de résoudre les équations de transport du courant en utilisant, non seulement les hypothèses précédentes, mais aussi les expressions des densités des charges impliquées dans ce transport, ainsi que des C.L appropriées.

b) Expressions des densités des porteurs de charges, des potentiels électrostatiques et des conditions aux limites

En supposant les deux matériaux de la jonction non dégénérés, vu les expressions (vi.4) ou (1.1.3.19″), puis (vii.4) ou (1.1.3.20″) pour les densités des porteurs de charges dans les deux types de matériaux formant une jonction P/N, on peut réécrire ces expressions comme suit :

$$n = n_i \exp\left[\frac{q(\psi - \Phi)}{K_B T}\right] \qquad \text{(x.1)}$$

$$p = n_i \exp\left[\frac{q(\Phi - \psi)}{K_B T}\right] \qquad \text{(x.2)}$$

où on a posé :

$$\psi = -\frac{E_i}{q} \qquad \text{(x.3)}$$

$$\Phi = -\frac{E_F}{q} \qquad \text{(x.4)} ;$$

avec ψ le potentiel correspondant au niveau intrinsèque de Fermi pour le matériau de base de l'homojonction ; puis Φ le potentiel du niveau de Fermi du même matériau. A équilibre de la jonction (c'est-à-dire hors polarisation), du fait que les niveaux de Fermi sont alignés dans les 2 matériaux de la jonction, $\Phi = c^{te}$ et le produit des équations (x.1) et (x.2) donne :

$$np = n_i^2 \qquad \text{(x.5)}$$

Cependant, *hors équilibre*, du fait que $E_{FP} \neq E_{FN}$ (non alignement des deux niveaux de Fermi) les équations (x.1) et (x.2) s'écrivent :

$$n = n_i \exp\left[\frac{q(\psi - \Phi_n)}{K_B T}\right] \qquad \text{(x.6)}$$

$$p = n_i \exp\left[\frac{q(\Phi_p - \psi)}{K_B T}\right] \qquad \text{(x.7)}$$

avec Φ_n et Φ_p les potentiels correspondant aux quasi-niveaux de Fermi côté N et côté P respectivement :

$$\Phi_n = -\frac{E_{FN}}{q} \qquad \text{(x.8)}$$

$$\Phi_p = -\frac{E_{FP}}{q} \qquad \text{(x.9)}$$

Avec ces faits, les équations (x.6) et (x.7) donnent :

$$pn = n_i^2 \exp\left[\frac{q(\Phi_p - \Phi_n)}{K_B T}\right] \neq n_i^2 \qquad \text{(x.10)}$$

$$\Phi_n = \psi - \frac{K_B T}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) \qquad \text{(x.11)}$$

$$\Phi_p = \psi + \frac{K_B T}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) \qquad \text{(x.12)}$$

De plus, vu les données du § 1.2.3.2. a),

(i) En polarisation directe,

$$V = \Phi_p - \Phi_n > 0 \qquad \text{(x.13)}$$

$$pn > n_i^2 \qquad \text{(x.13')} \ ;$$

(ii) En polarisation inverse

$$V = \Phi_p - \Phi_n < 0 \qquad \text{(x.14)}$$

$$pn < n_i^2 \qquad \text{(x.14')}$$

Enfin, indépendant du type (direct ou inverse) de polarisation, l'équation (x.10) se note comme suit (vu l'équation (x.3) ou (x.14) :

(i) côté P :

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) \qquad \text{(x.15)}$$

(ii) côté N :

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) \qquad (x.15')$$

Or, $n_i^2 = n_o p_o = n_{po} p_{po} = n_{no} p_{no}$ (x.16)

avec l'indice "o" correspondant à la situation d'équilibre ou loin de la surface de jonction (donc loin de Z.C.E). Tenant compte en outre du fait que les concentrations des porteurs majoritaires sont peu affectées par l'injection

(polarisation ici), on peut poser : $p_p \approx p_{po}$ côté P, en dehors de la Z.C.E, c'est-à-dire $\forall x \leq -x_p$, puis $n_n \approx n_{no}$ côté N, en dehors de la Z.C.E, c'est-à-dire $\forall x \geq x_n$. Compte tenu de ces faits, les équations (x.15) et (x.15′) se notent donc (annexe 7) :

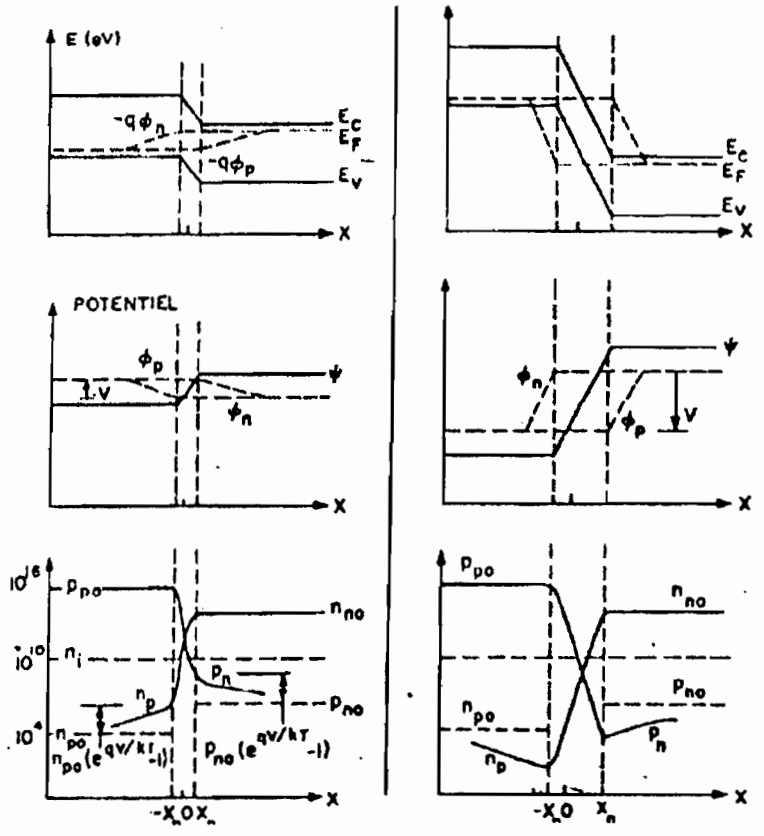
(i) côté P, en $x = -x_p$:

$$n_p = n_{po} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) \qquad \text{(x.17)}$$

(ii) côté N, en $x = x_n$:

$$p_n = p_{no} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) \qquad \text{(x.18)}$$

Les équations (x.17) et (x.18) constituent des C.L qui seront utilisées dans la résolution des équations de transport des porteurs minoritaires en excès. La figure 1.10 représentent quant à elle pour les deux types de polarisation ; le schéma des bandes d'énergie, le potentiel du niveau intrinsèque de Fermi, les potentiels des quasi-niveaux de Fermi, ainsi que les variations des concentrations des porteurs de charges (majoritaires et minoritaires) dans et en dehors de la ZCE dans une homojonction P/N idéale [1], [10].



a. Direct b. Inverse

Fig.1.10 : Diagrammes indiquant en polarisation directe (a) et en polarisation inverse (b) : les bandes d'énergie ; les potentiels du niveau intrinsèque de Fermi et des quasi-niveaux de Fermi ; les niveaux des concentrations des porteurs de charge de part et d'autre d'une jonction P/N idéale

c) Equations de transport

c.1) Equation de dérive diffusion

Suite au champ électrique $\vec{E}'$ appliqué aux bornes $-x_p$ et $+x_n$ de la Z.C.E, en supposant le potentiel en $-x_p$ positif et celui en x_n négatif, c'est-à-dire une polarisation directe de la jonction, deux mouvements de porteurs de charges s'installent dans deux sens opposés comme suit (figure 1.11) :

(i) Mouvement d'électrons côté P, de la droite vers la gauche, avec une vitesse de dérive $\vec{v}_{dn}$ dirigée en sens inverse de $\vec{E}'$. A ce mouvement, correspond un courant de conduction ou de dérive de densité $\vec{j}_{nc}$ orienté dans le même sens que $\vec{E}'$ et donné par :

$$\vec{j}_{nc} = -qn\vec{v}_{dn} = +qn\mu_n\vec{E}' \qquad \text{(xi.1)}$$

(ii) Mouvement de trous côté N, de la gauche vers la droite, avec une vitesse de dérive dans le même sens que $\vec{E}'$, a ce mouvement correspond un courant de conduction de densité $\vec{j}_{pc}$ orientée dans le même sens que $\vec{E}'$ et donnée par :

$$\vec{j}_{pc} = +qp\vec{v}_{dp} = +qp\mu_p\vec{E}' \qquad \text{(xi.2)}$$

Le courant de conduction résultant est dirigé suivant $\vec{E}'$ et est un courant de porteurs minoritaires (électrons côtés P et trous côté N). Sa densité a pour expression :

$$\vec{j}_c = \vec{j}_{nc} + \vec{j}_{pc} \qquad \text{(xi.3)}$$

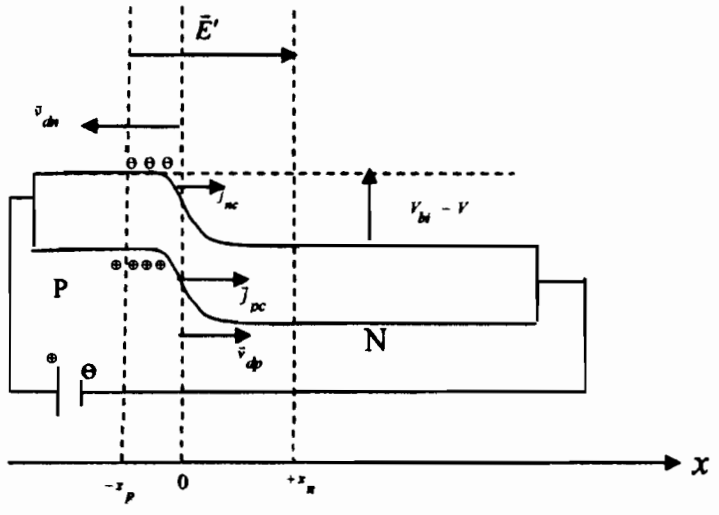


Fig. 1.11 : Mouvements de dérive des porteurs de charges dans une jonction P/N idéale polarisée dans le sens direct

En polarisation inverse, les sens des mouvements (et donc des courants correspondants) s'inversent. Les quantités μ_n et μ_p sont les mobilités des porteurs de charges concernés. Pour chacun des types de porteurs de charges libres, le mouvement de dérive précédent entraîne un gradient spatial de

concentration, qui est à l'origine d'un mouvement de diffusion (contre ce gradient) tendant à homogénéiser cette concentration. Le vecteur densité de courant de diffusion a pour expression :

(i) pour les électrons (porteurs minoritaires côté P) :

$$\vec{j}_{nd} = -qD_n(-\vec{\nabla}n) = qD_n\vec{\nabla}n \qquad \text{(xi.4)}$$

Pour les trous (porteurs minoritaires côté N)

$$\vec{j}_{pd} = +qD_p(-\vec{\nabla}p) = -qD_p\vec{\nabla}p \quad \text{(xi.5)}$$

avec D_n et D_p les coefficients de diffusion des porteurs de charges concernés dans le matériau. Finalement, pour les deux types de porteurs de charges, les vecteurs densités de courants de dérive-diffusion se notent :

$$\boxed{\vec{j}_n = q\mu_n n\vec{E}' + qD_n\vec{\nabla}n} \qquad (1.2.3.7)$$

$$\boxed{\vec{j}_p q\mu_p p\vec{E}' - qD_p\vec{\nabla}p} \qquad (1.2.3.8)$$

c. 2) Equations de continuité électrodynamique

Dans un semiconducteur hors équilibre (sous l'effet d'une excitation extérieure), les processus de génération et de recombinaison (de paires électrons/trous) sont en compétition et, en tout point du matériau, une équation de continuité électrodynamique de la forme ci-après doit être vérifiée :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\,\vec{j} = \pm q(G-U) \qquad \text{(xi.6)}$$

Dans l'équation (xi.6), ρ est la densité des porteurs de charges concernés, c'est-à-dire "$-qn$" pour les électrons et "$+qp$" pour les trous (q est la charge élémentaire en valeur absolue) ; G et U sont les taux nets respectifs de génération et de recombinaison des porteurs concernés : G_n et U_n pour les électrons ; G_p et U_p pour les trous. Compte tenu de ces faits, l'équation (xi.6) devient :

(i) Pour les électrons (porteurs minoritaires côté P) :

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{q} div\, \vec{j}_n = G_n - U_n} \qquad (1.2.3.9)$$

(ii) Pour les trous (porteurs minoritaires côté N) :

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{q} div\, \vec{j}_p = G_p - U_p} \qquad (1.2.3.10)$$

c.3) Equations aux dérivées partielles à résoudre

Dans les équations (1.2.3.9) et (1.2.3.10), on remplace $\vec{j}_n$ et $\vec{j}_p$ par leurs expressions (1.2.3.7) et (1.2.3.8), puis, on tient compte des conditions d'opération suivantes :

(i) Absence de tout processus de génération : pas d'excitation optique ou ionisation par impact avec des particules très énergétiques, donc $G_n = G_p = 0$,

(ii) Régime stationnaire pour le comportement dynamique des porteurs des charges, donc $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$ (avec $n = n_p$ et $p = p_n$) ;

(iii) Régime de faible injection, dans lequel il est montré [10] que :

$$U_n = \frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{n_p - n_{p_o}}{\tau_n} \qquad (xi.7)$$

$$U_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p} \qquad (xi.8)$$

où τ_n et τ_p sont les durées de vie des porteurs de charges en question ;

(iv) Dispositif fonctionnant à 1-D, donc projection des E.D.P vectorielles résultantes suivant l'axe $0x$ perpendiculaire au plan de la jonction. On obtient les E.D.P scalaires suivantes :

(i) Pour les électrons côté P :

$$-\frac{1}{q}\left[q\mu_n\left(E'\frac{dn_p}{dx} + n_p\frac{dE'}{dx}\right) + qD_n\frac{d^2n_p}{dx^2}\right] = -\frac{(n_p - n_{p_o})}{\tau_n} \qquad (xi.9)$$

(ii) Pour les trous côté N :

$$+\frac{1}{q}\left[q\mu_p\left(E'\frac{dp_n}{dx}+p_n\frac{dE'}{dx}\right)-qD_p\frac{d^2p_n}{dx^2}\right]=-\frac{(p_n-p_{n_o})}{\tau_p} \qquad \text{(xi.10)}$$

Par ailleurs, pour des matériaux non dégénérés les coefficients de diffusion ($D_{p,n}$) des porteurs de charges libres et les mobilités ($\mu_{p,n}$) de ces derniers sont liés par les relations d'Einstein ci-après :

$$D_{p,n}=\frac{K_BT}{q}\mu_{p,n} \qquad \text{(xi.11)}$$

Puis on a les relations ci-après entre les coefficients de diffusion, durées de vie et longueurs de diffusion ($L_{p,n}$) de ces porteurs de charges (ici minoritaires dans les matériaux correspondants) :

$$D_p\tau_p=L_p^2 \qquad \text{(xi.12)}$$

$$D_n\tau_n=L_n^2 \qquad \text{(xi.12')}$$

Enfin, on cherche à calculer des porteurs minoritaires dans les régions neutres, c'est-à-dire en dehors de la Z.C.E (celle-ci étant dépourvue de charges « libres ») ; donc on prend E' et $\frac{dE'}{dx}$ nuls dans les équations (xi.9) et (xi.10).

Les E.D.P à résoudre deviennent en définitive des E.D du type suivant (équations (xi.9) et (xi.10) où on tient compte de tous les faits précédents) :

$$\boxed{\frac{d^2(\Delta n_p)}{dx^2}-\frac{\Delta n_p}{L_n^2}=0} \qquad \text{(1.2.3.11)}$$

$$\boxed{\frac{d^2(\Delta p_n)}{dx^2}-\frac{\Delta p_n}{L_p^2}=0} \qquad \text{(1.2.3.12)}$$

d) Solutions

d.1) Forme générales de $\Delta n_p(x)$ et $\Delta p_n(x)$

Les équations (1.2.3.11) et (1.2.3.12) sont des E.D du 2ème ordre homogènes et à coefficients constants. Dans la 1ère par ex, valable pour le côté P, posons une solution du type :

$$\Delta n_p = ce^{rx} \qquad \text{(xii.1)}$$

Un remplacement dans l'E.D concernée donne l'équation algébrique suivante (appelée équation caractéristique) :

$$r^2 - \frac{1}{L_n^2} = 0 \qquad \text{(xii.2)}$$

dont les racines sont réelles et opposées :

$$r_1 = \frac{1}{L_n} \qquad \text{(xii.3)}$$

$$r_2 = -\frac{1}{L_n} \qquad \text{(xii.4)}$$

On a donc deux solutions linéairement indépendantes, l'une $\propto e^{r_1 x}$ et l'autre $\propto e^{r_2 x}$. La solution générale est donc une combinaison linéaire (comb. lin) de ces deux solutions, du type :

$$\boxed{\Delta n_p(x) = n_p(x) - n_{p_o} = A_1 e^{\frac{x}{L_n}} + B_1 e^{\frac{-x}{L_n}}} \qquad \text{(xii.5)}$$

Un raisonnement analogue pour la 2ème E.D valable pour les trous côté N, conduit à la solution générale ci-après (annexe 8) :

$$\boxed{\Delta p_n = p_n(x) - p_{no} = A_2 e^{\frac{x}{L_p}} + B_2 e^{\frac{-x}{L_p}}} \qquad \text{(xii.6)}$$

Dans les résultats (xii.5) et (xii.6), les densités des porteurs doivent rester finies $\forall x \in IR$, y compris quand $x \to -\infty$ côté P (à gauche) et quand $x \to +\infty$ côté N (à droite). Cette condition n'est réalisée que si on pose $B_1 = 0$ et $A_2 = 0$. Les solutions générales sont en définitive :

(i) Pour les électrons côté P :

$$n_p(x) - n_{po} = A_1 e^{\frac{x}{L_n}} \qquad \text{(xii.7)}$$

(ii) Pour les trous côté N :

$$p_n(x) - p_{no} = B_2 e^{-\frac{x}{L_p}} \qquad \text{(xii.8)}$$

d.2) Constantes d'intégration, puis expressions des densités de courant

Dans les résultats précédents, les constantes d'intégration A_1 et B_2 sont obtenues par utilisation des C.L données par les équation (x.17) et (x.18). Les calculs conduisent aux résultats ci-après (annexe 9) :

$$n_p(x) = n_{po} + n_{po} e^{\frac{x_p}{L_n}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{\frac{x}{L_n}} \qquad \text{(xii.9)}$$

$$p_n(x) = p_{no} + p_{no} e^{+\frac{x_n}{Lp}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}} \qquad \text{(xii.10)}$$

Or, dans les éqs. (1.2.3.7) et (1.2.3.8), $\vec{E}'$ est nul dans les régions neutres (hors de la Z.C.E). En travaillant à 1-D aux limites $-x_p$ et $+x_n$ de la Z.C.E, on a les relations ci-après entre les densités de courant des porteurs minoritaires et les concentrations en excès de ceux-ci (dues à la polarisation) :

$$j_n = qD_n \left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{x=-x_p} \qquad \text{(xii.11)}$$

$$j_p = -qD_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{x=+x_n} \qquad \text{(xii.12)}$$

Compte tenu des expressions (xii.9) et (xii.10) de $n_p(x)$ et $p_n(x)$, les éqs.(xii.11) et (xii.12) deviennent (annexe 10) :

$$\boxed{j_n = \frac{qD_n n_{po}}{L_n}\left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1\right)} \qquad (1.2.3.13)$$

$$\boxed{j_p = \frac{qD_n n_{po}}{L_p}\left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1\right)} \qquad (1.2.3.14)$$

La densité totale du courant d'injection dans une jonction P-N idéale polarisée à l'obscurité (avec une tension V) a donc pour expression :

$$\boxed{j = j_n + j_p = j_s(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1)} \qquad (1.2.3.15)$$

avec j_s, la densité de courant inverse de saturation, donnée par :

$$\boxed{j_s = \frac{qD_n n_{po}}{L_n} + \frac{qD_p p_{no}}{L_p}} \qquad (1.2.3.15')$$

d.3) Interprétation des résultats

1. L'équation (1.2.3.15) (avec j_s donnée par l'équation (1.2.3. 15')) constitue *l'équation de Shockley*. Elle décrit (en termes de densités de courant), le comportement d'une diode idéale polarisée à l'obscurité. Aussi l'appelle-t-on également *équation d'une diode idéale*.
2. Au dernier membre de l'équation (1.2.3.15), le terme "$j_s\, e^{\frac{qV}{K_B T}}$" représente la densité de courant d'une diode idéale polarisée dans le sens direct (avec une ddp V). Quant au terme "$- j_s$", c'est la densité de courant de la même diode en polarisation inverse ; son module est la densité de courant inverse de saturation citée plus haut de la diode idéale.
3. Dans l'équation (1.2.3.15'), compte tenu des égalités (*x*.16.) et du fait que $n_{no} \approx N_d$ et $p_{po} \approx N_a$ (équations (1.1.3.17) et (1.1.3.18)), vu enfin les relations (xi.12) et (xi.12'), j_s se note également (annexe 11) :

$$j_s = qn_i^2\left(\frac{D_n}{L_n N_a}+\frac{D_p}{L_p N_d}\right)=qn_i^2\left[\left(\frac{D_n}{\tau_n}\right)^{1/2}\frac{1}{N_a}+\left(\frac{D_p}{\tau_p}\right)^{1/2}\frac{1}{N_d}\right] \quad (1.2.3.16)$$

4. En multipliant chacun des membres de l'équation (1.2.3.15) par l'aire A de la jonction, on obtient *l'expression ci-après de la caractéristique I-V d'une jonction P/N idéale polarisée à l'obscurité* :

$$I = I_s(e^{\frac{qV}{K_B T}}-1) \quad (1.2.3.17)$$

avec

$I = Aj$ (*xii*.13), $I_s = Aj_s$ (*xii*.14)

où I_s est le courant inverse de saturation de la diode idéale équivalente de la jonction.

5. La figure 1.12 représente une telle caractéristique. Quant à la fig. 1.13, elle donne le schéma d'une diode avec indication *du sens passant* du courant (celui de la polarisation directe) et du sens bloquant (celui de la polarisation inverse). En effet j_s est de plusieurs puissances positives de 10 fois plus faible que le courant direct pour V approchant V_{bi}.

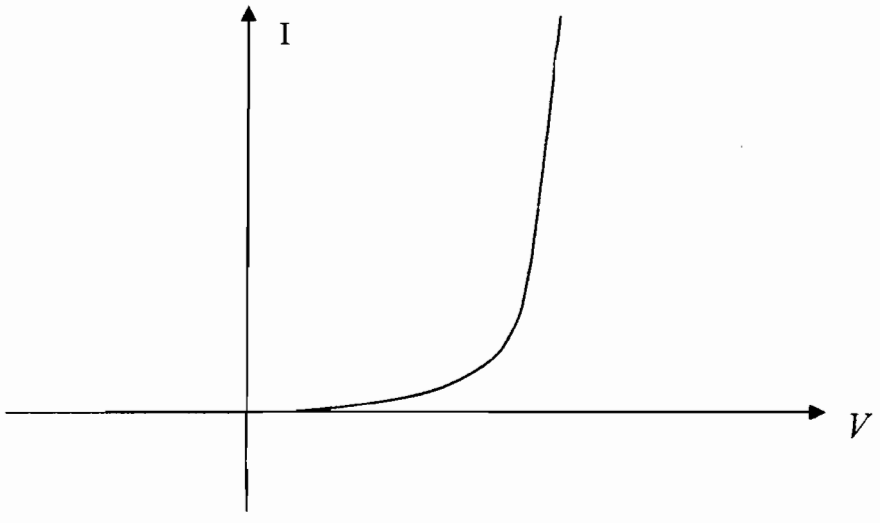


Fig.1.12 : Caractéristique (I,V) d'une jonction P/N idéale polarisée à l'obscurité

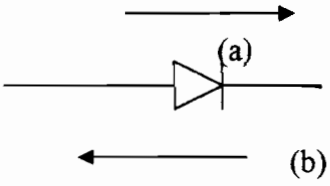


Fig.1.13 : Schéma d'une diode : (a) sens passant ; (b) sens bloquant

6. En termes de grandeurs normalisées (adimensionnelles), partant de l'équation (1.2.3.15), on obtient les allures graphiques de la figure 1.14 pour la caractéristique $j(V)$ d'une diode idéale.

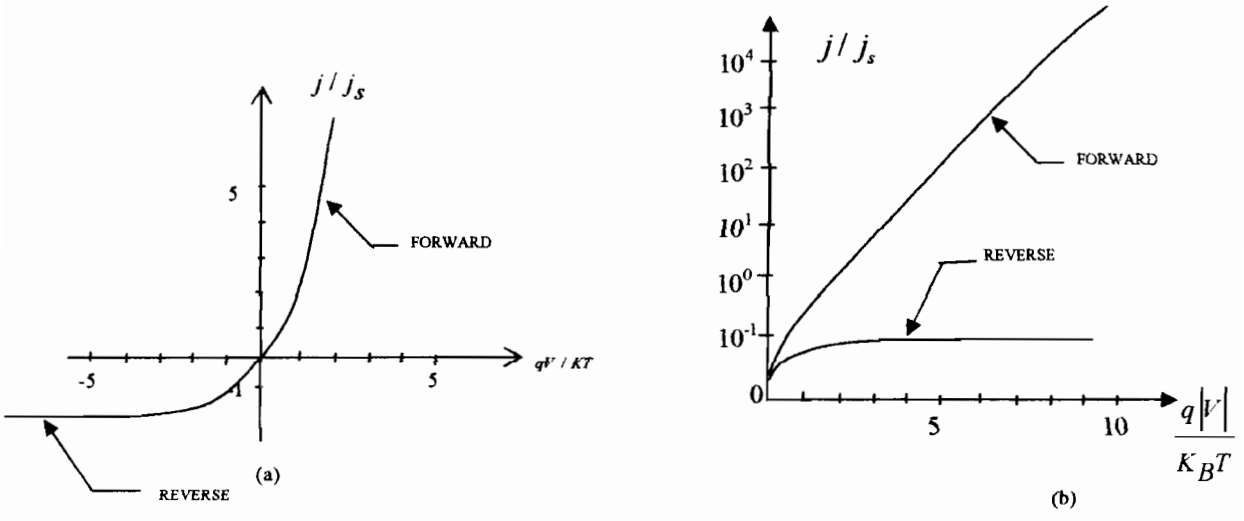


Fig.1.14 : Caractéristique j/j_s *vs* qv/K_BT d'une jonction PN idéale : (a) échelle linéaire ; (b) échelle semi-logarithmique.

7. Le contenu des paragraphes c.1 à c.3 indique que le courant résultant dans une diode polarisée à l'obscurité est un courant de faible injection de porteurs minoritaires par diffusion dans les régions neutres concernées contre des gradients de concentration (voir fig. 1.15).

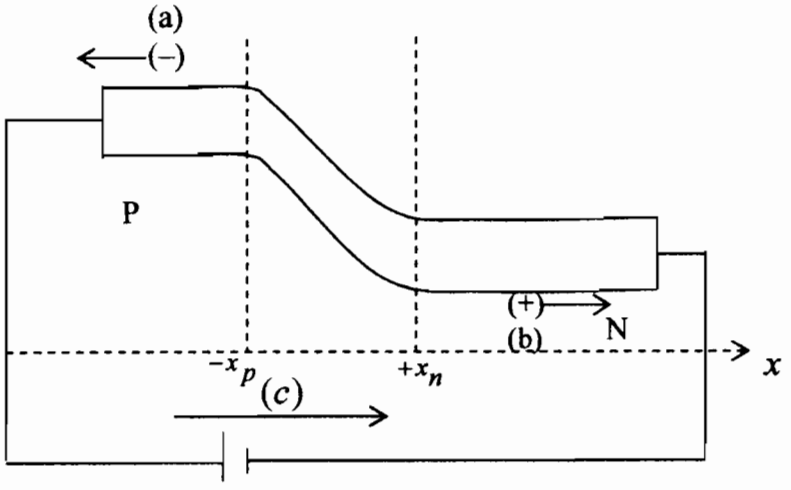


Fig. 1.15 : Schéma indiquant sur le diagramme des bandes d'énergie d'une jonction P-N polarisée en sens direct à l'obscurité : (a) le sens du déplacement des électrons (porteurs minoritaires côtés P) ; (b) celui des trous (porteurs minoritaires côté N) ; (c) celui du courant direct résultant

I.2.3.4. Caractéristique I-V d'une jonction P/N (ou diode ou cellule solaire) réelle polarisée à l'obscurité

Dans les résultats de la section I.2.3.3., la caractéristique I-V obtenue est celle d'une jonction P/N idéale. Le seul mécanisme de transport de courant (dans l'hypothèse d'une faible injection) est la diffusion des porteurs minoritaires en excès en dehors de la Z.C.E. Pour des diodes ou cellules solaires à jonctions (homo-ou hétéro-jonctions , P/N ou pas) de matériaux donnés (voir section I.2.1), divers autres mécanismes de transport de courant doivent être considérés [1], [4], [6]-[11], [12], notamment ceux décrits dans la suite.

a) Mécanismes supplémentaires de transport de courant

a.1) Effets de surface et de génération-recombinaison dans la Z.C.E

Suite à leur usinage, les surfaces avant et arrière d'un dispositif (diode ou cellule solaire) à jonction (de deux semiconducteurs par ex.) présentent des charges ioniques. Celles-ci induisent des charges-images dans le matériau. Il en découle la formation de sortes de Z.C.E et donc de barrières d'énergie potentielle surfaciques, sources de fuites de courant (à ces surfaces). En plus,

des défauts de structure cristalline existent dans la Z.C.E. Ils constituent des *centres de piégeage* (recombinaison) ou *des sources* (génération) de porteurs de charges injectés (par polarisation à l'obscurité ici). On tient compte de ces deux types de faits :

(i) En incluant dans la recherche de la densité de courant d'injection (diffusion à ce niveau) les concepts de *vitesses de recombinaison en surface pour les porteurs minoritaires en excès* : S_n pour les électrons à la surface du matériau P ; S_p pour les trous à la surface du matériau N ;

(ii) En ajoutant un terme de densité de *courant d'injection dû à la génération-recombinaison dans la Z.C.E.* Dans ce terme, on utilise une expression du taux net de recombinaison de Shockley-Read-Hall (S-R-H). Cela a pour effet entre autres de modifier (en l'augmentant) la densité de courant inverse de saturation, puis d'introduire au dénominateur de l'exposant du terme exponentiel de l'équation de Shockley un *facteur d'idéalité* du dispositif (noté n).

a.2) Effets d'une forte injection

Quand les concentrations de dopage des deux semiconducteurs d'une jonction P/N et les valeurs de la tension de polarisation sont importantes, les densités de porteurs minoritaires en excès peuvent être comparables à celles d'équilibre : on a affaire à *une forte injection.* Dans ces conditions, outre les termes de diffusion, on doit considérer les termes de conduction (ou de dérive) dans les E.D.P de transport à résoudre, y compris dans les régions neutres.

a.3) Effet tunnel

Dans la situation idéale décrite dans la section I.2.3.3, lors du seul mécanisme de diffusion des porteurs minoritaires en excès, les électrons remontent la barrière d'énergie potentielle de la Z.C.E (mouvement par-dessus) et les trous descendent cette barrière (mouvement par-dessous). Ces porteurs ont cependant une probabilité non nulle de se retrouver de l'autre côté de la barrière même si leur énergie est inférieure à la hauteur V'_{bi} (ou V''_{bi}) de cette barrière. Il y a *traversée de la Z.C.E par effet tunnel via des états d'énergie de la B.I.* Un tel

mécanisme de transport (d'origine purement quantique) est d'autant plus important que la hauteur et la largeur de la barrière sont plus faibles. C'est ce qui se passe souvent dans les hétérojonctions, les barrières Shottky (ou jonctions M/S) par exemple.

a.4) Effet de la résistance série

Les contacts ohmiques aux surfaces avant et arrière d'un dispositif à jonction, ainsi que les régions quasi-neutres de la jonction, présentent une résistance électrique appelée *résistance série* (R_s) du dispositif (ex. diode ou cellule solaire), à travers laquelle il y a des fuites de courant (par simple effet Joule). Cette résistance est d'autant plus élevée qu'on est dans des conditions de forte injection.

a.5) Effet de la résistance shunt

Lors du mouvement des porteurs de charge dans un dispositif à jonction (ex : diode ou cellule solaire), des fuites de courant ont également lieu dans les défauts de structure cristalline en surface, aux bords latéraux, dans les impuretés de dopage, le long des dislocations et des microfissures, aux éventuels joints de grains, etc. Ces fuites sont traduits en termes de *résistance shunt* (R_{sh}) du dispositif.

b) Allure graphique de la caractéristique j(v)

Le bilan des contributions précédentes est que, comme montré à la figure 1.16, la caractéristique j(v) d'un dispositif réel à jonction P/N (ou pas), type diode ou cellule solaire, polarisé à l'obscurité, s'écarte de sa forme idéale de la figure 1.14.

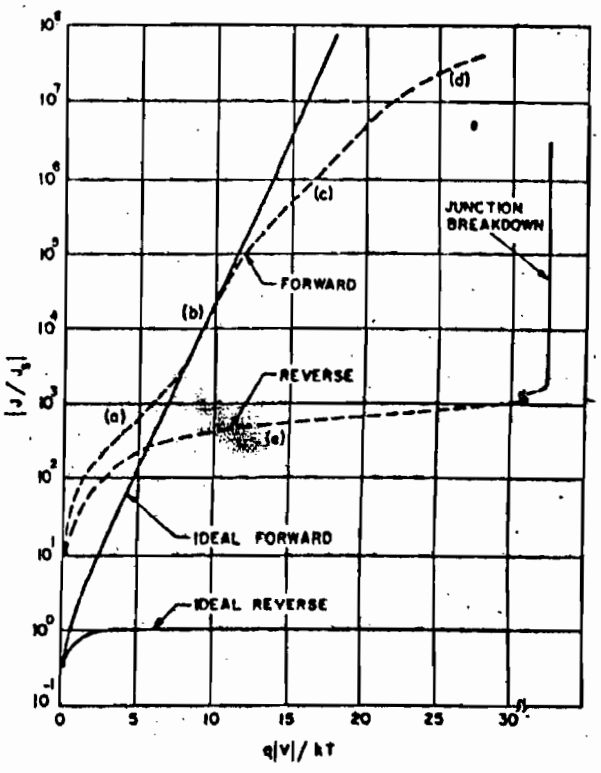


Fig. 1.16. Caractéristiques j/j_s *vs* $\frac{q|V|}{K_B T}$ d'une diode réelle au Si :

(a)région de génération- recombinaison ; (b) région de diffusion (modèle de Shockley) ; (c) région de forte injection ; (d) région des effets de R_s ; (e) région de la génération recombinaison associée aux effets de surface et de R_{sh}.

Pour décrire le comportement électrique d'une cellule solaire réelle polarisée à l'obscurité, divers modèles sont proposés dans la littérature [9], [13]-[14]

c) Modèles de caractéristiques I-V d'une cellule solaire polarisée à l'obscurité

c.1) Modèle non dissipatif à une diode non idéale

La fonction I(V) du modèle est donnée par :

$$I = I_s\left[\exp\left(\frac{qv}{nKT}\right) - 1\right] \qquad (1.2.3.18)$$

Le circuit électrique décrivant son fonctionnement est donné par la figure 1.17.a.

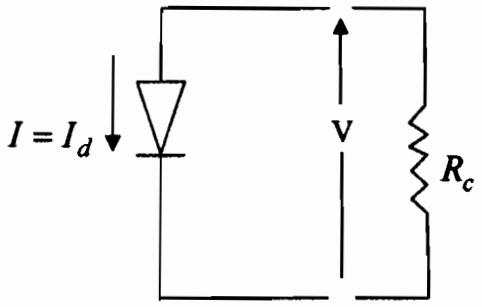


Fig. 1.17.a : Schéma du circuit électrique équivalent de ce modèle (R_c = résistance de charge)

c.2) Modèle dissipatif à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé

(i) Expression :

$$I = I_s\left\{\exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] - 1\right\} \qquad (1.2.3.19)$$

(ii) Schéma (fig.1.17.b)

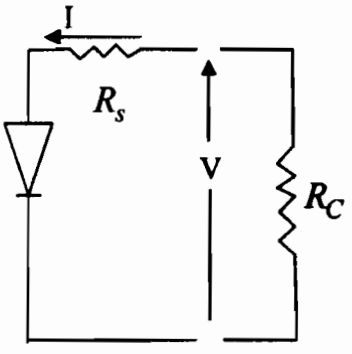


Fig.1.17.b : Circuit électrique équivalent de ce modèle

c.3) Modèle dissipatif à une diode non idéale avec effets combinés de R_s et R_{sh} considérés

(i) Expression :

$$I = I_s\left\{\exp\left[\frac{q(v - R_s I)}{nK_B T}\right] - 1\right\} + \frac{V - R_s I}{R_{sh}} \qquad (1.2.3.20)$$

(ii) Schéma (fig.1.17.c)

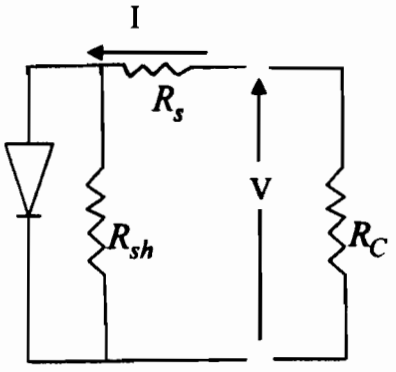


Fig. 1.17.c : Circuit électrique équivalent de ce modèle

c.4) Modèle dissipatif à deux diodes non idéales

(i) Expression :

$$I = I_{s_1}\left\{\exp\left[\frac{q(V-R_sI)}{n_1K_BT}\right]-1\right\}+I_{s_2}\left\{\exp\left[\frac{q(V-R_sI)}{n_2K_BT}\right]-1\right\}+\frac{V-R_sI}{R_{sh}} \qquad (1.2.3.21)$$

(ii) Schéma (fig.1.17.d)

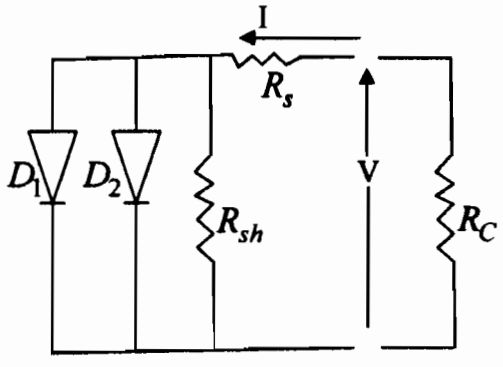


Fig. 1.17.d : Circuit électrique équivalent de ce modèle (D_1, D_2 diodes n° 1 et 2)

c.5) Modèle dissipatif à plusieurs (N) diodes non idéales

(i) Expression

$$I = \sum_{i=1}^{N} I_{si}\left\{\exp\left[\frac{q(V-R_sI)}{n_iK_BT}\right]-1\right\}+\frac{V-R_sI}{R_{sh}} \qquad (1.2.3.22)$$

(ii) Schéma (fig.1.17.e)

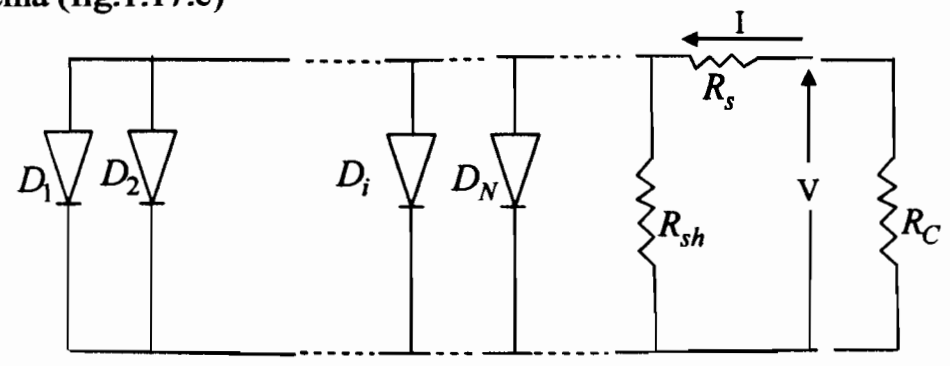


Fig.1.17. e : Circuit électrique équivalent de ce modèle (D_i : diode n°i)

I.2.4. Cellule solaire à jonction P/N polarisée sous éclairement

I.2.4.1. Effet photovoltaïque

Pour simplifier l'étude, considérons une cellule solaire P.V à jonction P-N. Chaque photon incident sur la surface avant pénétrant dans le volume (profondeur x) du dispositif est absorbé avec un coefficient d'absorption $\alpha = \alpha(\lambda)$ d'autant plus élevé que la longueur d'onde du photon est plus faible. Seule l'absorption d'un photon d'énergie $E > E_g$ (largeur de la bande interdite du matériau de base de la jonction) donne lieu à une paire électron-trou (passage d'un électron de la B.V vers la B.C, en laissant un trou dans la B.V). Le champ électrique $\vec{E}'$ de la Z.C.E de la jonction P-N permet de séparer les porteurs (-) et (+) des paires photogénérées, puis de collecter ces porteurs aux électrodes constituées par les contacts ohmiques à l'avant et à l'arrière de la cellule. En reliant les électrodes à une charge, on génère dans celle-ci une tension et un courant, c'est-à-dire une puissance électrique. Une telle transformation de l'énergie lumineuse (solaire ici) en énergie électrique est appelée conversion (ou effet) photovoltaïque (réf 14 dans [6]).

I.2.4.2. Photocourant

Dans une cellule solaire P.V faite d'une jonction P/N, la génération de paires électron-trou sous l'effet d'un éclairement (photogénération) peut se faire

dans n'importe laquelle des 3 régions suivantes : l'émetteur (région près de la surface éclairée, N sur la figure 1.18.a), la Z.C.E et la base (large région allant de la limite droite de la Z.C.E à la surface arrière, P ici) [4] [15].

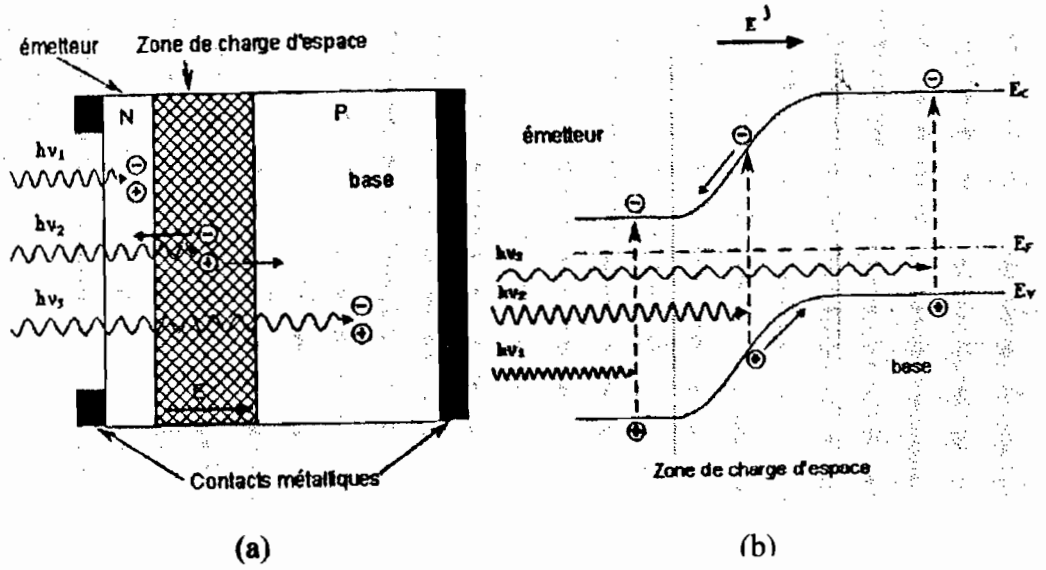


Fig. 1.18 : Schémas montrant : (a) les trois régions où la photogénération peut prendre naissance ; (b) le sens de déplacement des électrons et trous des paires photogénérées

L'éclairement de la cellule garde pratiquement inchangées les concentrations des porteurs majoritaires dans les parties N et P du dispositif. Il donne lieu à des concentrations excédentaires des porteurs minoritaires :

(i) Des paires électron-trou en excès créées dans la Z.C.E suite à cet éclairement, le champ $\vec{E}'$ de cette zone accélère les électrons vers le côté N et les trous vers le côté P (fig.1.18.b).

(ii) De même, des paires électron-trou photogénérées dans chacune des régions neutres N et P (donc en dehors de la Z.C.E),

- les électrons porteurs minoritaires côté P, ont une concentration en excès par rapport à celle d'équilibre de ce côté : ils migrent par diffusion vers le côté N ;
- les trous, porteurs minoritaires côté N, ont une concentration en excès par rapport à celle d'équilibre de ce côté : ils se déplacent par diffusion vers le côté P.

Dans un modèle de cellule solaire P.V à 1-D, la densité de photocourant est donc la somme de 3 contributions :

$$\boxed{j_{ph} = j_{ZCE} + j_n + j_p} \qquad (xiii.1)$$

où j_{ZCE} est la densité du photocourant généré dans la Z.C.E (photocourant de conduction, j_n celle du photocourant de diffusion des électrons (de P vers N) et j_p celle de diffusion des trous (de N vers P). Donc la densité de photocourant total j_{ph} est (comme chacune de ses 3 composantes) celle d'un courant de porteurs minoritaires, dirigé dans le sens $N \rightarrow P$, sens opposé à celui du courant direct de la diode (correspondant à la jonction) à l'obscurité. Par ailleurs, le calcul de j_{ph} passe par la résolution des équations (à 1-D) de continuité électrodynamique du type (1.2.3.9)-(1.2.3.10) et de transport du type (1.2.3.7)-(1.2.3.8), dans lesquelles on utilise l'expression suivante du taux net (G) de génération des paires, c'est-à-dire du nombre de photons absorbés par le matériau en une abscisse x par unité de temps et par unité de surface :

$$\boxed{G(x,\lambda) = \alpha(\lambda)\left[1 - R(\lambda)\right]F_o(\lambda)\exp\left[-\alpha(\lambda)x\right]} \qquad (xiii.2)$$

Le photocourant résultant I_{ph} (valeur intégrée sur tout le spectre de la lumière incidente) est une fonction non simple des vitesses de recombinaison aux 2 surfaces de la cellule (S_p et S_n) ; des longueurs et coefficients de diffusion de ces porteurs dans les 2 régions neutres (L_p et L_n;D_p et D_n) ; de l'épaisseur de la cellule (H) et de la largeur de la Z.C.E (W) ; ainsi que des paramètres α, R, F_o,($R(\lambda)$ est le *coefficient de réflexion monochromatique* de la lumière incidente sur la surface active d'entrée de la cellule d'aire S_a ; $F_o(\lambda)$ est le nombre de photons incidents sur cette surface par unité de temps, de surface et d'intervalle spectral) [6],[7],[9].

I.2.4.3. Caractéristique I-V d'une cellule solaire polarisée sous éclairement

L'expression de la caractéristique I-V d'une cellule solaire P.V polarisée et éclairée est la superposition des expressions du photocourant (I_{ph}) et du courant à l'obscurité (I_d). Comme les deux contributions ont des sens opposées comme vu plus haut, si on pose $I_d > 0$ et $I_{ph} < 0$, on a :

$$I = -|I_{ph}| + I_d \qquad \text{(xiii.3)}$$

En prenant le modèle idéal de courant à l'obscurité (équation (1.2.3.17), on a les résultats ci-après :

(i) Expression de la fonction I(V) pour une cellule solaire polarisée et éclairée :

$$I = -|I_{ph}| + I_s\left(e^{\frac{qv}{K_B T}} - 1\right) \qquad (xiii.14)$$

(ii) Schéma du circuit électrique équivalent : juste une source de courant monté en parallèle avec la diode (idéale), les sens des courants étant opposés (fig.1.19.a.)

(iii) Allure de la caractéristique I-V : juste la caractéristique de la figure 1.12. translatée verticalement de la quantité $-|I_{ph}|$

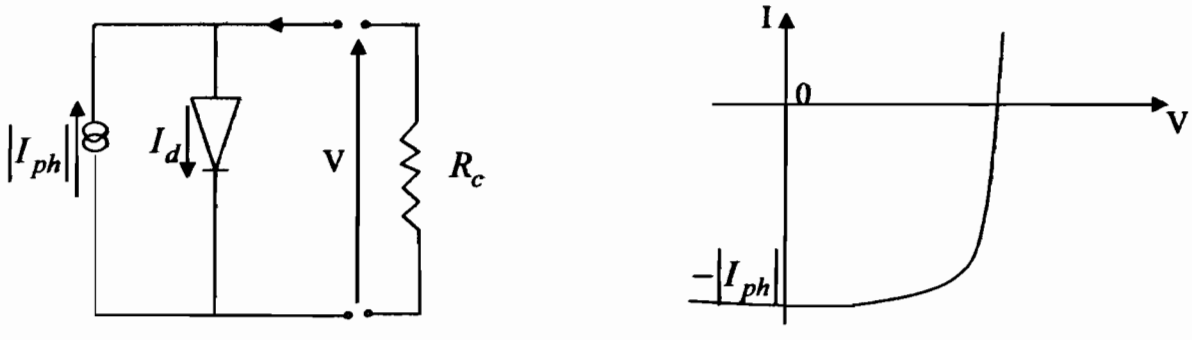


Fig. 1.19 : Modèle idéal de la cellule solaire polarisée et éclairée : a) schéma du circuit électrique ; b) forme graphique de la fonction (I,V)

Pour tenir compte du caractère non idéal de toutes les parties du dispositifs cellule solaire PV, l'un ou l'autre des modèles des paragraphes c.1 à c.5, section I.2.3.4. peut être envisagé en vue non seulement d'écrire l'expression analytique appropriée de la caractéristique I(V), mais aussi de tracer le schéma du circuit électrique décrivant le fonctionnement de la cellule sous polarisation et éclairement. La caractéristique I-V correspondante n'est plus alors une simple translation de la quantité $-|I_{ph}|$ *de la caractéristique I-V d'une cellule idéale à l'obscurité.*

I.2.4.4. Grandeurs physiques caractéristiques d'une cellule solaire éclairée

La figure 1.20. représente l'allure de la caractéristique I-V d'une cellule solaire réelle polarisée et éclairée, son tracé étant ramené au 1er quadrant (au lieu de 4ème quadrant comme à la figure 1.19.b). Elle se rapporte donc à une équation du type :

$$I = |I_{ph}| - I_d \qquad (xiv.1)$$

au lieu de l'équation (*xiii*.3). On peut adopter pour I_d l'expression de l'un ou l'autre des modèles c.1 à c.5, section I.2.3.4. En particulier, en prenant l'expression (1.2.3.22) pour I_d, on a :

$$I = |I_{ph}| - \sum_{i=1}^{N} I_{si}\left\{exp\left[\frac{q(V - R_s I}{n_i K_B T}\right] - 1\right\} - \frac{V - R_s I}{R_{sh}} \qquad \text{(xiv.2)}$$

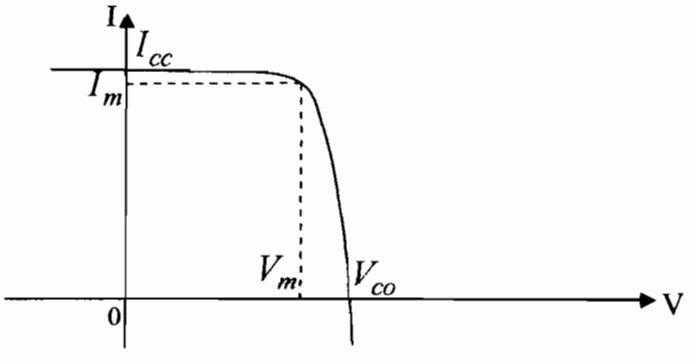


Fig.1.20 : Allure graphique de la caractéristique I(V) d'une cellule solaire P.V polarisée et sous un certain éclairement (1er quadrant)

A partir d'une telle caractéristique , des grandeurs physiques comme *le courant de court-circuit, la tension de circuit ouvert, la puissance maximum, le facteur de forme et le rendement maximum de conversion de la cellule*, sont définies comme décrit ci-après [7), [9], [11].

a) Courant de court-circuit

C'est la valeur I_{cc} de I correspondant à V=0. Vu l'expression (xiv.2), I_{cc} s'écrit :

$$I_{cc} = \left|I_{ph}\right| - \sum_{i=1}^{N} I_{si}\left[exp\left(\frac{-qR_sI_{cc}}{n_iK_BT}\right) - 1\right] + \frac{R_sI_{cc}}{R_{sh}} \qquad (1.2.4.1)$$

En considérant le cas particulier du modèle non dissipatif de cellule à une diode idéale, on a dans l'équation (1.2.4.1) N=1 ; $n_i = n = 1$; $R_s = 0; R_{sh} \to \infty$ et

$$I_{cc} \approx \left|I_{ph}\right| \qquad (1.2.4.1')$$

b) Tension de circuit ouvert

C'est la valeur V_{co} de V correspondant à I= 0. Vu l'équation (1.2.4.1), cette valeur vérifie l'équation implicite ci-après :

$$\left|I_{ph}\right| - \sum_{i=1}^{N} I_{si}\left[exp\left(\frac{-qV_{co}}{n_iK_BT}\right) - 1\right] - \frac{V_{co}}{R_{sh}} = 0 \qquad (1.2.4.2)$$

Dans le cas particulier du modèle dissipatif de cellule solaire à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé, on a : $N = 1, n_i = n, R_{sh} \to \infty$ et

$$V_{co} = \frac{nK_BT}{q}\ln\left[\frac{\left|I_{ph}\right|}{I_s} + 1\right] \qquad (1.2.4.2')$$

c) Puissance maximum

Sur la caractéristique I(V) (fig.1.20) d'une cellule solaire polarisée et éclairée, chaque point a pour coordonnées (V,I). *Un seul parmi ces points, de coordonnées* (V_m, I_m) *, correspond au maximum de la fonction puissance électrique de la cellule considérée.* Dans les conditions données de polarisation et éclairement cette fonction

$P = IV$ (*xiv*.3)

a pour maximum :

$$\boxed{P_m = V_m I_m} \qquad (1.2.4.3)$$

d) Facteur de forme

Le facteur de forme FF de la caractéristique I-V d'une cellule solaire polarisée et éclairée est défini par le rapport suivant :

$$\boxed{FF = \frac{V_m I_m}{I_{cc} V_{co}}} \qquad (1.2.4.4)$$

Il est d'autant plus élevé ($FF \to 1$) que la forme de la courbe I(V) épouse le mieux celle du rectangle de hauteur I_{cc} et de largeur V_{co}.

e) Rendement maximum de conversion

Le rendement maximum η_m de conversion de la lumière incidente en électricité par une cellule solaire, est défini par le rapport entre la puissance électrique maximum P_m pouvant être extraite de cette cellule sous un éclairement donné et la puissance (P_{in}) du rayonnement solaire (R.S) incident sur la cellule :

$$\boxed{\eta_m = \frac{P_m}{P_{in}} = \frac{I_m V_m}{P_{in}}} \qquad (1.2.4.5)$$

Dans l'équation (1.2.4.5), P_{in} est donnée par

$$P_{in} = S_t \int_o^\infty F_o(\lambda) \frac{hc}{\lambda} d\lambda \qquad (1.2.4.5')$$

où $F_o(\lambda)$ a été défini à la fin du § I.2.4.2.

On note que les grandeurs $I_{ph}, I_{cc}, V_{co}, P_m, FF$ et η_m dépendent du type de cellule (nature et aire de la jonction), puis du spectre et de l'intensité du R.S incident sur la cellule.

En définitive, le contenu des sections précédentes sera utilisé dans le chapitre suivant pour définir, caractériser et comprendre les méthodes de détermination de quelques types de résistance dans une cellule solaire P.V.

§ II. DEFINITION, CARACTERISTIQUES ET METHODES EXPERIMENTALES DE DETERMINATION DE QUELQUES TYPES DE RESISTANCE DANS UNE CELLULE SOLAIRE P.V

Trois types de résistances sont identifiées dans une cellule solaire : la résistance série, la résistance shunt et la résistance différentielle.

II.1. Description

II.1.1. Résistance série

II.1.1.1. Définition et composantes

La résistance R_s d'une cellule solaire P.V a déjà été définie au § I.2.3.4.a.4. Ses contributions sont principalement les suivantes [16], [17] :

(i) *la résistance du contact ohmique à l'arrière de la cellule* ;

(ii) *la résistance du matériau (semiconducteur) de base* ;

(iii) *la résistance de feuillet de la couche émettrice frontale* ;

(iv) *la résistance du contact ohmique à l'avant la cellule ;*

(v) *la résistance ohmique des électrodes (à l'avant et à l'arrière).*

II.1.1.2. Expression et méthodes de détermination

Plusieurs méthodes (et donc expressions) sont proposées dans la littérature pour la détermination de R_s et de ses composantes. Quelques unes parmi les plus importantes sont résumées dans la suite.

a) méthodes à l'obscurité

1. Partant de la caractéristique I-V d'une cellule à l'obscurité du modèle dissipatif à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé ($R_{sh} \longrightarrow \infty$) on utilise l'éq. (1.2.3.19) et, aux valeurs de V non proches de zéro en polarisation directe, on a :

$$I = I_s \exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] \qquad (2.1.1.1)$$

La courbe expérimentale $\ln I$ *vs* V (à l'obscurité et en polarisation directe) s'écarte de la droite théorique (du modèle idéal de diffusion) et les écarts entre les deux courbes à différentes valeurs de I permettent d'estimer R_s [18].

2. Dans les conditions d'obscurité, une méthode dynamique consiste à superposer un signal a.c de très faible amplitude et de fréquence fixe, à une injection électrique directe variable en d.c. Avec le modèle dissipatif de cellule à une diode non idéale où l'effet de R_{sh} est négligé, mais non les effets de génération-recombinaison, l'équation de la caractéristique I-V est :

$$I = I_s\left\{\exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] - 1\right\} \qquad (2.1.1.2)$$

Partant de cette équation et considérant une petite variation dynamique autour d'une valeur fixe imposée du courant de polarisation directe, on obtient l'expression suivante de la résistance différentielle [19] :

$$\boxed{r_d = \left.\frac{dV}{dI}\right|_{I=c^{te}} = \frac{nK_B T}{q}\frac{1}{I} + R_s} \qquad (2.1.1.3)$$

Il suffit donc de tracer la courbe r_d en fonction de $\frac{1}{I}$, puis de lire l'intersection de cette courbe avec l'axe des r_d, on trouve la valeur de R_s.

3. une méthode dynamique alternative à l'obscurité utilise la superposition cette fois ci d'un signal a.c de faible amplitude, mais de fréquence variable, à une injection électrique directe fixe [19].

4. A partir de la caractéristique I-V à l'obscurité, en utilisant le modèle dissipatif à une diode non idéale de l'éq. (1.2.3.20), puis en séparant la partie linéaire et la partie exponentielle de la caractéristique, on décrit une méthode numérique basée sur un ajustement linéaire pour la détermination des paramètres n, I_s, R_{sh} et R_s de la cellule [20].

5. Partant de la caractéristique I-V à l'obscurité du modèle dissipatif à deux diodes non idéales (éq. (1.2.3.21), d'autres auteurs utilisent une technique numérique basée sur l'ajustement par moindres carrés pour déterminer simultanément les paramètres R_s, R_{sh}, I_{s1} et I_{s2} [21].

6. Chen et al. ont quant à eux suggéré deux autres méthodes à l'obscurité pour la détermination de R_s [22] : l'une utilise la mesure de l'admittance sous un faible

signal a.c à une fréquence modérément élevée ; l'autre repose sur une combinaison de mesures de la conductance en d.c et en a.c.

b) Méthodes sous éclairement

1. En utilisant un niveau constant d'illumination de la cellule solaire P.V, puis en considérant le modèle dissipatif à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé (éq. (1.2.3.19) pour le courant de diode), on obtient l'équation suivante pour la caractéristique I-V dans le 4ème quadrant :

$$I = -\left|I_{ph}\right| + I_s e^{\frac{q(V-R_s I)}{nK_B T}} - I_s \qquad (xv.1)$$

ou

$$I + \left(\left|I_{ph}\right| + I_s\right) = I_s e^{\frac{q(V-R_s I)}{nK_B T}} \qquad (xv.1')$$

En passant aux logarithmes népériens membre à membre, puis en dérivant par rapport à I au point $(V = V_{co}; I = 0)$, on obtient l'expression suivante de R_s :

$$\boxed{R_s = \left.\frac{dV}{dI}\right|_{I=0} = \frac{nK_B T}{q} \frac{1}{\left|I_{ph}\right| + I_s}} \qquad (2.1.1.4)$$

Il suffit alors de tracer la caractéristique I-V de la cellule à une température et un éclairement donnés, puis d'en déduire $\left|I_{ph}\right|$ et la pente de cette caractéristique en $I = 0$. Connaissant les valeurs de n et I_s (déduites de l'une des méthodes à l'obscurité par exemple comme suit : $\frac{q}{nK_B T}$ est la pente de la droite de diffusion $\ln I$ *vs* V; $\ln I_s$ est l'ordonnée à l'origine de cette même droite), on arrive à une valeur de R_s. *C'est la méthode de la pente au point de circuit ouvert* [13], [17].

2. Dans une autre méthode, on trouve les caractéristiques I-V d'une cellule solaire sous deux éclairements distincts P_{in1} et P_{in2}, mais à une même température T. Soient $\left|I_{ph1}\right|$ et $\left|I_{ph2}\right|$ les photocourants correspondants, puis A_1' et A_2' les projections de ces points sur l'axe des I. En appelant ΔV l'écart

horizontal (sur l'axe des V) entre A_1 et A_2, puis ΔI_{ph} la quantité $\left(\left|I_{ph2}\right|-\left|I_{ph1}\right|\right)$ en valeur absolue (qui est aussi l'écart entre A_1 et A_2), on montre que :

$$\boxed{R_s = \frac{\Delta V}{\Delta I_{ph}}} \qquad (2.1.1.5)$$

C'est une méthode des deux caractéristiques telle qu'initialement suggérée par Wolf et Rauschenbach [23].

3. Quanxi Jia et Anderson [24] proposent une méthode basée sur le modèle dissipatif à une diode non idéale où $R_{sh} \longrightarrow \infty$. En supposant n variable le long de la caractéristique I-V de la cellule sous un éclairement donné, ils aboutissent aux expressions ci-après de R_s et du facteur d'idéalité n moyenne sur toute la caractéristique :

$$\boxed{R_s = \frac{V_m}{I_m}\frac{\frac{1}{V_t}(I_{cc}-I_m)\left[V_{co}+V_t\ln\left(1-\frac{I_m}{I_{cc}}\right)\right]-I_m}{\frac{1}{V_t}(I_{cc}-I_m)\left[V_{co}+V_t\ln\left(1-\frac{I_m}{I_{cc}}\right)\right]+I_m}} \qquad (2.1.1.6)$$

$$\boxed{nV_t = (V_m - I_m R_s)\ln\left[\left(1-\frac{I_m}{I_{cc}}\right)\exp\left(\frac{V_{co}}{R_s I_{cc}}\right)+\frac{I_m R_s}{2V_t}+\frac{I_m}{I_{cc}}\right]} \qquad (2.1.1.7)$$

avec :

$$V_t = \frac{K_B T}{q} \qquad (xv.2)$$

4. Singal [25] propose une méthode de détermination simultanée de R_s et n. La méthode est basée sur le modèle dissipatif à une diode non idéale avec effet de R_{sh} négligé. Pour une cellule solaire sous un éclairement donné, des expressions de V_m, P_m, I_m et FF en fonction de $T, V_{co}, I_L\left(=\left|I_{ph}\right|\right)$ et n sont établies pour $R_s = 0$ et $R_s \neq 0$. Puis, des expressions des grandeurs normalisées $\frac{V_m}{V_{co}}$ et FF sont établies en fonction de $T, V_{co}, \left|I_{ph}\right|$ et R_s. Enfin, utilisant les données expérimentales de la caractéristique I-V de la cellule sous l'éclairement considéré, puis des valeurs initiales de :

$\left(\frac{V_m}{V_{co}}\right)$ avec $(R_s \neq 0, n=1)$; $\left(\frac{V_m}{V_{co}}\right)$ avec $(R_s = 0, n=2)$;(FF) avec $R_s \neq 0$; (FF) avec $(R=0; n=1)$; (FF) avec $(R=0, n=2)$, grâce à une technique numérique itérative, on aboutit à un couple de valeurs de (n, R_s) tel que les résultats de chacun de ces deux paramètres obtenus à partir des variations $\Delta\left(\frac{V_m}{V_{co}}\right)$ et $\Delta(FF)$ convergent vers une même valeur.

5. Telle que suggérée par Picciano (réf n°4 dans [26]), *la méthode du maximum de puissance* est basée sur la caractéristique I-V d'une cellule solaire sous un éclairement donné, ainsi que sur le modèle dissipatif à une diode non idéale avec $R_{sh} \longrightarrow \infty$ et n supposé constant le long de toute la caractéristique. L'expression dégagée pour R_s est :

$$R_s = \frac{V_m}{I_m} - \frac{1}{\left(\left|I_{ph}\right| - I_m\right)B} \qquad (2.1.1.8)$$

avec

$$B = \frac{\left[\frac{I_m}{\left(\left|I_{ph}\right| - I_m\right)}\right] + \ln\left[\frac{\left(\left|I_{ph}\right| - I_m\right)}{\left|I_{ph}\right|}\right]}{2V_m - V_{co}} \qquad (2.1.1.9)$$

6. *La méthode de l'aire* est elle aussi basée sur la caractéristique I-V d'une cellule solaire sous un éclairement donné, ainsi que sur le modèle dissipatif à une diode non idéale où $R_{sh} \longrightarrow \infty$ et n est constant tout le long de la caractéristique. En appelant A l'aire entre la courbe $I(V)$ et les axes V et I, on propose l'expression suivante de R_s (réf n°7 dans [26]) :

$$R_s = 2\left(\frac{V_{co}}{I_{cc}} - \frac{A}{I_{cc}^2} - \frac{nK_BT}{qI_{cc}}\right) \qquad (2.1.1.10)$$

7. Dans la méthode généralisée de l'aire, au moyen d'un changement de variables approprié, on ramène l'expression générale (xiv.2) sous une forme explicite. Puis, dans le cas particulier du modèle dissipatif à une diode non

idéale avec effets combinés de R_s et R_{sh} considérés, on montre [27] qu'on peut déterminer simultanément les paramètres R_s, R_{sh} et n comme suit :

- D'abord en traçant les caractéristiques expérimentales I-V de la cellule sous 3 niveaux distincts d'éclairement $((P_{in})_i, i = 1,2,3)$ à une même température ;
- Puis en déterminant l'aire A_i entre chacune des 3 caractéristiques et les axes V et I ;
- Et finalement en résolvant les 3 équations algébriques linéaires ci-après aux inconnues $r = R_s; n$ et $g = \frac{1}{R_{sh}}$:

$$\rho_i = \left(\frac{I_{cc}}{2V_{co}}\right) r + \left(\frac{1}{V_{co}}\right)_i \gamma n + \left(\frac{V_{co}}{2I_{cc}}\right)_i g - \left(\frac{1}{I_{cc}}\right) \gamma g n \qquad (2.1.1.11)$$

où :

$\gamma = \frac{K_B T}{q}$ **(xv.3)** ;

$\rho_i = \left(\frac{I_{cc}V_{co} - A}{I_{cc}V_{co}}\right)_i$ **(xv.4)**

8. *La méthode de la différence entre le photocourant et le courant de court-circuit* est une autre méthode basée sur la caractéristique I-V d'une cellule solaire sous éclairement, ainsi que sur le modèle dissipatif à une diode non idéale avec $R_{sh} \longrightarrow \infty$ et n constant le long de toute la caractéristique. L'idée de base dans la méthode est que $I_L = |I_{ph}|$ diffère peu de I_{cc} tant qu'on travaille à de faibles niveaux d'illumination ($P_{in} < 750\, Wm^{-2}$) . Cependant, à des intensités lumineuses élevées, la différence $I_L - I_{cc}$ devient significativement positive et on détermine R_s à partir de l'expression ci-après [28] :

$$\ln\left(\frac{I_L - I_{cc}}{I_s}\right) = \frac{q I_{cc} R_s}{n K_B T} \qquad (2.1.1.12)$$

Dans la pratique, on varie l'éclairement (P_{in}) et on note les valeurs correspondantes de I_{cc} aux fortes valeurs de P_{in}. On remarque que la courbe I_{cc} *vs* P_{in} s'écarte de la droite théorique (valable aux faibles P_{in}).

On en déduit les valeurs de $\left(\frac{I_L - I_{cc}}{I_s}\right)$ en fonction des P_{in} concernés et donc des I_{cc} correspondants. De la courbe $\ln\left[\frac{I_L - I_{cc}}{I_s}\right]$ *vs* I_{cc} qui en résulte, la pente est $\frac{qR_s}{nK_BT}$. La connaissance de n,T et I_s (via des mesures indépendantes à l'obscurité ou sous éclairement) permet donc de déterminer R_s.

9. Polman et al. proposent une méthode basée sur le caractéristique I-V d'une cellule sous un éclairement donné, ainsi que sur le modèle dissipatif à deux diodes non idéales. On y montre que R_s est donnée par [29] :

$$R_s = -\left[\left(\frac{dI}{dV}\right)_{V=V_{co}}\right]^{-1} - \left(\frac{\gamma'}{n} I_L\right)^{-1} \qquad (2.1.1.13)$$

où :

$$\gamma' = \frac{q}{K_B T} \qquad \text{(xv.5)}$$

Avec $n=1$ d'abord, puis $n=2$ on obtient deux valeurs de R_s dont la moyenne est une bonne estimation de la résistance série de la cellule sous l'éclairement considéré.

10. Imamura et al. proposent une méthode où des mesures de I_{cc} et V_{co} sont effectuées à divers niveaux d'éclairement et où les courants d'obscurité correspondant aux différentes valeurs de V_{co} sont déterminés en vue de calculer la valeur de R_s de la cellule en opération à l'obscurité [30].

11. De leur côtés Rajkanan et al. opèrent des mesures de I_{cc} et V_{co} à différents niveaux d'éclairement, puis déterminent les tensions de polarisation directe à l'obscurité correspondant aux différentes valeurs de I_{cc} en vue de calculer la valeur de R_s de la cellule (opérant à l'obscurité) [31].

12. Dhariwal et al. montrent quant à eux que R_s peut être déterminée à partir d'une courbe de décroissance de la tension de circuit ouvert (OCVD : open circuit voltage decay) après éclairement de la cellule par un flash lumineux intense [32].

13. Cape et al. supposent le modèle dissipatif à une diode non idéale où $R_{sh} \longrightarrow \infty$, puis proposent une technique de détermination de R_s à partir des mesures de V_{co} et de la tension V_L aux bornes d'une résistance de charge R_L pour une cellule solaire éclairée par un flash lumineux intense. Ils utilisent l'expression ci-après [33] :

$$R_s = R_L\left(\frac{V_{co}}{V_L} - 1\right) \qquad (2.1.1.14)$$

14. Dans une méthode alternative, les mêmes auteurs utilisent deux résistances de charges et deux éclairs lumineux intenses pour la détermination de R_s [33].

c) Autres méthodes

1. Chambouleyron propose une analyse théorique de l'influence de la forme et du motif de la grille métallique collectrice à l'avant de la cellule sur la *résistance de feuillet de la région diffusée (émetteur) de la cellule*. Il rappelle le résultat ci-après de Wolf [34] sur la résistance précédente pour la géométrie de la figure 2.1. A :

$$\boxed{R_s = \frac{R_\square}{8n^2}} \qquad (2.1.1.15)$$

Dans ce résultat, l'effet de la barre horizontale collectrice est ignorée. Dans le résultat de Handy par contre [35], cet effet est pris en compte. L'auteur [36] fait une analyse critique de ce résultat et, au bout de la résolution de l'équation de Laplace pour le potentiel électrique, moyennant des C.L appropriées, il obtient les expressions suivantes de R_s pour les structures des figures 2.1.A et 2.1.B respectivement :

$$\boxed{R_s = 4\left(\frac{2}{\pi}\right)^6 R_\square \sum_{l,m=o}^{\infty} \left\{(2l+1)^2(2m+1)^2\left[(2l+1)^2 + (2m+1)^2 4n^2\right]\right\}^{-1}} \quad (2.1.1.16\ (a))$$

$$\boxed{R_s = \left(\frac{2}{\pi}\right)^6 \frac{R_\square}{(n+1)^2} \sum_{l,m=o}^{\infty} \left\{(2l+1)^2(2m+1)^2\left[(2l+1)^2 + (2m+1)^2 4n^2\right]\right\}^{-1}}$$

(2.1.1.16 (b))

Dans ces résultats, $R_{\square}$ est le paramètre "résistance par mètre carré" défini par

$$R_{\square} = \frac{\hat{\rho}}{x_j} \qquad (xv.6)$$

avec $\hat{\rho}$ la résistivité moyenne du feuillet (couche diffusée ou émetteur) et x_j la profondeur de la jonction. De plus, dans les calculs, le concept de "*champ unité*" (modèle de Wolf) ou de "*demi-champ unité*" (modèle de [36]) est utilisé. Cependant, pour une géométrie de la cellule comme celle de la fig.2.1.C. ce concept n'a plus cours ; on doit calculer séparément les contributions des différentes barres métalliques à la conductance totale du feuillet.

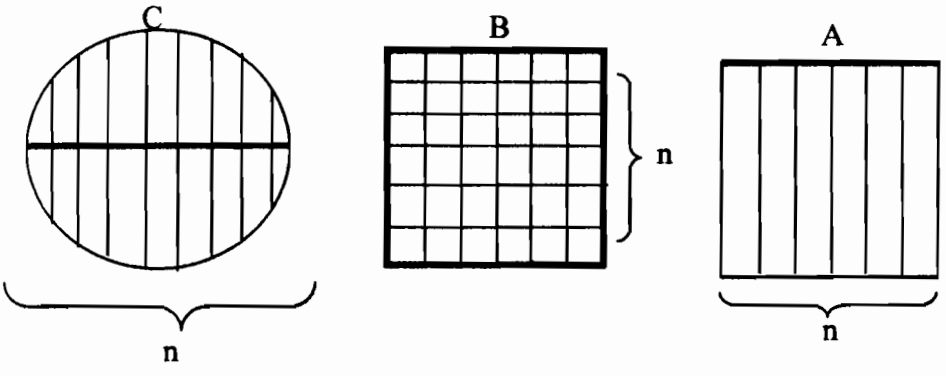


Fig.2.1 : Exemples de formes de surface de la cellule et de grilles métalliques

2. Une expression de R_s est obtenue par résolution de l'équation de Laplace à 2-D pour le potentiel dans la base et l'émetteur d'une cellule solaire P.V, sous l'hypothèse de quasi-neutralité électrique dans le corps du dispositif. L'expression est fonction des paramètres b, d, D, L et a de la géométrie de la cellule (où 2a est l'épaisseur d'un "doigt" du contact métallique), ainsi que des conductivités σ_1 et σ_2 *de l'émetteur et de la base*, puis de la densité moyenne de courant de la cellule solaire : $J_{av} = \frac{I}{aire}$ (réf. n°9 dans [17]).

3. Aboul Seoud et al. Déterminent aussi la résistance de la couche frontale d'une cellule solaire P.V en utilisant une solution numérique de l'équation de Poisson à 2-D pour le potentiel électrique, ainsi que des mesures de la résistance de feuillet de cette couche [37].

4. Dans leur étude sur l'optimisation de la profondeur de la jonction et de la concentration des dopants dans l'émetteur d'une cellule solaire PV, Duran et al. [38] utilisent une expression de R_s (empruntée d'autres travaux (réf. n°9 dans [38]) où figurent clairement les contributions citées dans le § II.1.1.1.

5. Rumyantsev et al. Proposent une méthode de détermination de la résistance série (R_s) d'une cellule solaire P.V rectangulaire ayant une barre collectrice unique à la surface avant mais dont la résistance et l'aire du contact ohmique à l'arrière de la cellule sont négligées. Ils aboutissent à la séparation (dans R_s) de la composante distribuée qu'est la résistance de feuillet (émetteur) et de la résistance de contact (R_s) [39].

6. M. Dadu et al. [40] utilisent la même expression de R_s (en fonction des paramètres a,b,d,D et L de la géométrie de la cellule, ainsi que des conductivités σ_1 et σ_2 de l'émetteur et de la base) que Bhattacharya et al. [17] (expression due à Dhariwal et al. [32]), dans leur étude de l'effet de la dépendance $R_s(I)$ sur le facteur de forme d'une cellule solaire.

7. Dans pratiquement toutes les méthodes citées dans ce groupe (II.1.1.2.c), on fait intervenir entre autres la résistivité ρ soit de la base, soit de l'émetteur (ou de la base plus l'émetteur), ou son inverse : la conductivité σ du même matériau. *La méthode la plus utilisée pour la mesure de* ρ (ou $\sigma = \frac{1}{\rho}$) *est celle de la sonde à 4 pointes*. La figure 2.2. en schématise le dispositif expérimental [1].

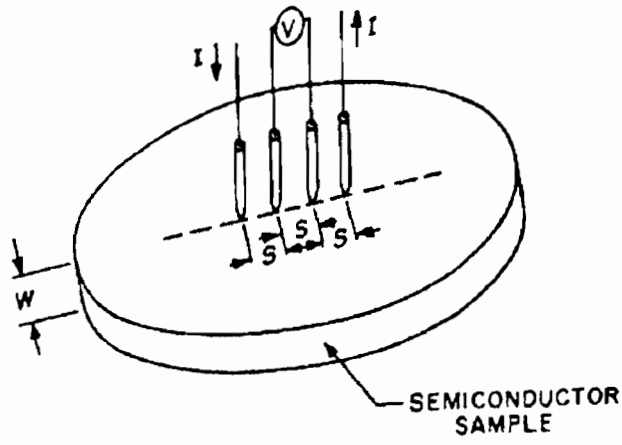


Figure 2.2 : Schéma du montage dans la méthode de la sonde à quatre pointes

Un courant d'intensité constante I circule dans les deux pointes extérieures de la sonde. La tension V est mesurée entre les deux pointes intérieures. Pour un échantillon semiconducteur très fin d'épaisseur W (très petite par rapport au diamètre de l'échantillon) et pour un espacement entre deux pointes voisines du type $S \gg W$, la théorie montre que :

$$\rho = \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right)\frac{V}{IW} \approx \frac{4{,}54}{W}\left(\frac{V}{I}\right) \qquad (2.1.1.17)$$

Il suffit donc de connaître W, puis de mesurer V et I pour obtenir ρ (et donc σ). La théorie sur cette méthode, sa correction pour des échantillons épais, la théorie de la *méthode de la sonde à deux pointes*, l'influence de la forme de l'échantillon et bien d'autres considérations, sont exposées notamment dans [41].

II.1.1.3. Effets de (et sur) R_s

a) Effets sur R_s

a.1) De la température

Lorsque R_s est donnée par les contributions de la base et de l'émetteur (couches semiconductrices), elle diminue quand la température T augmente selon l'éq. (1.1.2.3) (côté N comme côté P d'une jonction). Cependant, si R_s est dominée par les contributions des contacts ohmiques (métalliques), R_s augmente

avec T selon l'éq. (1.1.2.2) [10]. Ceci est en accord avec les observations expérimentales d'autres auteurs [42]-[43].

a.2) De l'éclairement

La R_s d'une cellule à l'obscurité est trouvée plus faible que celle de la cellule éclairée dans divers travaux [10], [13], [43], [44], [45]. A des niveaux habituels d'éclairement (moins d'un "soleil", ou P_{in} < la "constante solaire" qui vaut 1363 Wm^{-2}), R_s est généralement prise constante [44] ou alors diminuant légèrement quand P_{in} croît [10], [42]. Cependant, à des niveaux élevés d'éclairement, des phénomènes d'encombrement ou de haute injection ont lieu dans le matériau de base, ce qui cause une augmentation de R_s avec P_{in} [37], [44]. De plus, une longue exposition d'une cellule à une lumière intense peut causer la dégradation de la cellule. C'est la raison pour laquelle dans le §II.1.1.2.b), parmi les méthodes de détermination de R_s sous éclairement, les méthodes utilisant une lumière hachée (éclairs lumineux) sont préférables à celles qui utilisent une lumière continue, parce qu'en plus elles évitent l'échauffement de la cellule.

a.3) Du courant circulant dans la cellule

A l'obscurité, R_s décroît avec le courant de diode (réf n°2 dans [44]). Ceci est en accord avec le fait que R_s croît avec I_s [40]. Sous éclairement, comme le montrent la théorie et des mesures par la méthode OCVD (lumière hachée) R_s diminue quand l'intensité I du courant dans la cellule augmente [17] (et réfs. N°5, 9 et 10 dans [17]). Certains auteurs rapportent cependant une augmentation de R_s avec I (réfs. n°6, 7 et 12 dans [17]).

a.4) Du motif de la grille métallique sur la face avant de la cellule

Comme montré entre autres sur la fig. 2.1., via sa composante résistance de feuillet du collecteur, R_s est d'autant plus faible qu'on a un nombre "n" plus élevé de :

- Doigts parallèles de la grille collectrice en forme de "peigne" (partie A de la figure ; voir éqs. (2.1.1.15) et (2.1.1.16.a)) ;
- Mailles du réseau carré de la grille collectrice de la partie B de la figure (éq. (2.1.1.16.b)) ;
- Barres perpendiculaires à la barre centrale de la grille collectrice de la partie C de la figure (courbe C) [36].

Il en découle que, comme souligné dans [13], plus l'aire de la surface avant de la cellule est faible, plus grande est la résistance série par unité de surface de cette cellule.

b) Effets de R_s

R_s influe sur les performances d'une cellule solaire à travers son effet sur diverses grandeurs physiques décrivant ses performances.

b.1) Sur I_s

La figure 2.3.a montre que le courant inverse de saturation I_s (ou I_o) d'une cellule augmente avec R_s [40].

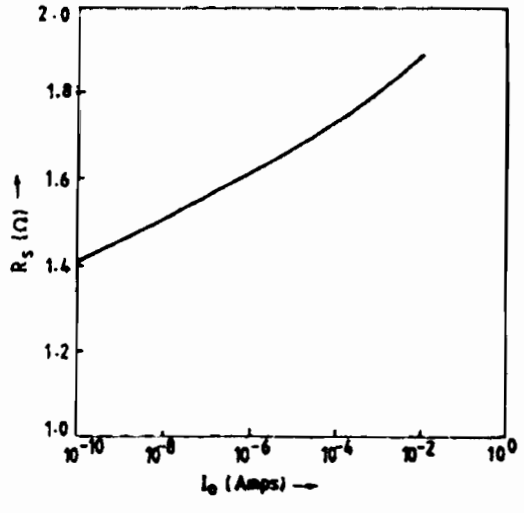


Fig.2.3. a : Variation de R_s avec $I_o = I_s$

b.2) Sur n

De même, le facteur d'idéalité n croît avec R_s (fig.2.3.b) [40].

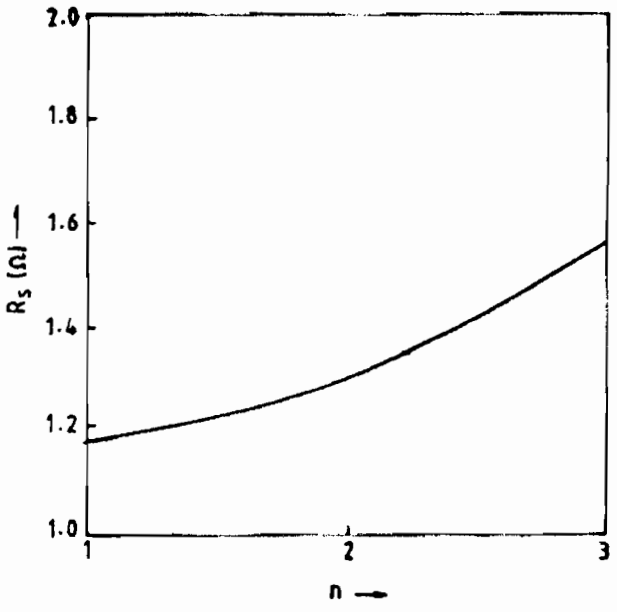


Fig.2.3.b : Variation de R_s avec n

b.3) Sur P_m

Plus R_s croît, plus faible devient la puissance maximum P_m délivrée par une cellule solaire éclairée comme montré dans [40] et [46].

b.4) Sur FF

La fig.2.4. montre que la facteur de forme FF diminue quand R_s croît [40]. Ce constat est aussi établi dans [46].

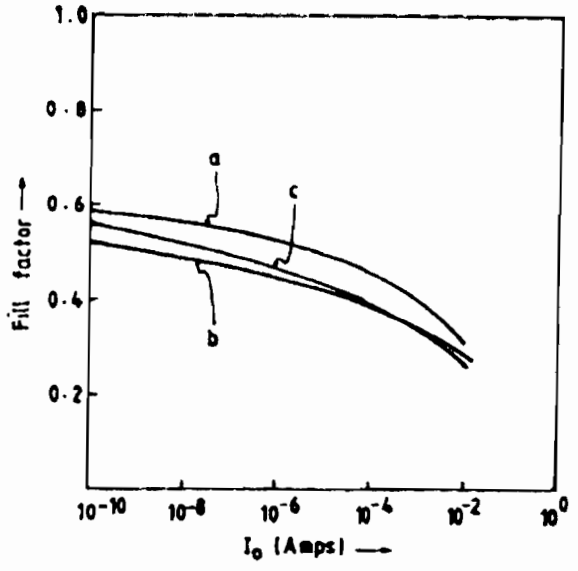


Fig.2.4 : Variation de FF avec $I_o = I_s$: (a) pour R_s=1,41Ω ; (b) pour $R_s = 1{,}92\Omega$; (c) quand on tient compte de l'expression de R_s avec le courant de fonctionnement de la cellule.

b.5) Sur η_m

Avec l'augmentation de R_s, il est démontré que le rendement maximum η_m de conversion d'une cellule solaire éclairée diminue (fig.2.5) [47].

b

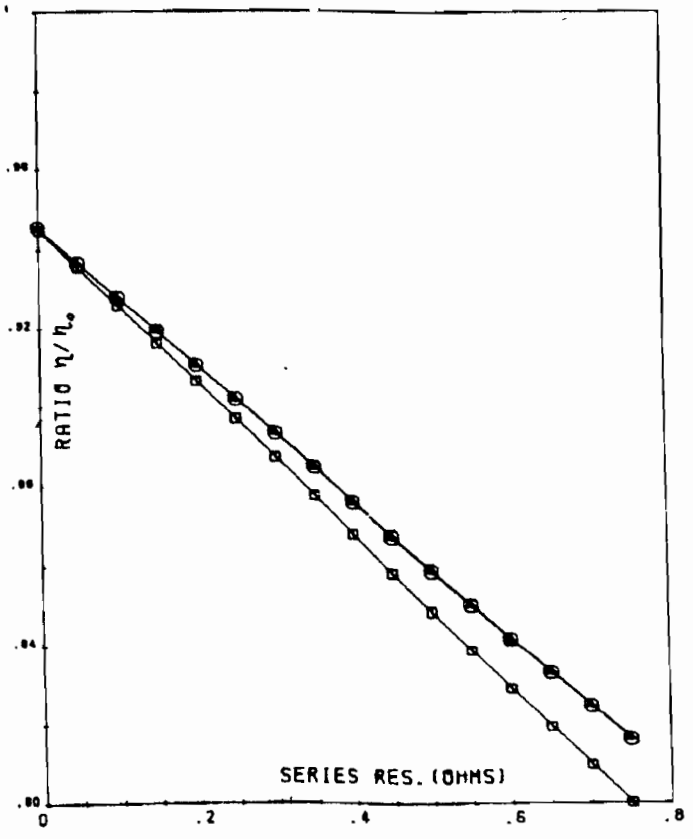


Fig.2.5 : Exemples de variations du rapport $\frac{n}{\eta_o}$ avec $R_s : I_{ph} = 0,1A; n_1 = 1$

$I_{s_1} = 1,41.10^{-11} A$; $n_2 = 2; I_{s_2} = 1,7.10^{-7} A; R_{sh} = 100\Omega$; $T = 300K$,

⊡= approximation du 1er ordre ▲= approximation du 2ème ordre.

b.6) Sur V_{co}.

Jointe à une non-uniformité notable de l'illumination de la cellule ainsi qu'à un niveau élevé de cette illumination, l'augmentation de la résistance série (R_s) a pour conséquence la diminution de la tension de circuit ouvert (V_{co}) de cette cellule comme démontré dans [48].

II.1.2. Résistance shunt

II.1.2.1. Définition

Comme déjà signalé dans le §I.2.3.4.a5) la résistance shunt (R_{sh}) d'une cellule solaire ou résistance parallèle, traduit les pertes de courant dans les défauts de structure cristalline : en surface, aux bords latéraux, dans les impuretés de dopage, le long des dislocations et des microfissures, aux éventuels joints de grains, etc. Ces effets sont non linéaires, non symétriques, instables et donc difficiles à modéliser [10], [12], [43], [49].

II.1.2.2. Expressions et méthodes de détermination

Les méthodes de détermination de R_{sh} disponibles dans la littérature sur le sujet partent de la caractéristique I-V d'une cellule solaire P.V, soit à l'obscurité, soit sous éclairement.

a) A l'obscurité

1. Partant du modèle dissipatif à une diode non idéale de l'éq. (1.2.3.20) par ex. pour la caractéristique I-V d'une cellule solaire à l'obscurité, on a :

$$I = I_d + \frac{V - IR_s}{R_{sh}} \qquad (2.1.2.1)$$

où I_d est la partie du courant de diode correspondant à la polarisation directe. Ceci se réécrit comme suit :

$$V = (R_s + R_{sh})I - I_d R_{sh} \qquad (2.1.2.2)$$

Or, en *polarisation inverse*, I_d est "bloqué" et seul le 1er terme du 2ème membre de l'éq. (2.1.2.2) prédomine. Comme en plus R_s est en général négligeable par rapport à R_{sh}, on obtient donc R_{sh} par expression

$$\boxed{R_{sh} = \frac{\Delta V}{\Delta I}} \qquad (2.1.2.3)$$

En pratique, on trace la caractéristique I-V de la cellule à l'obscurité et en polarisation inverse. La pente $\frac{\Delta I}{\Delta V}$ de la droite expérimentale observée se trouve être la conductance parallèle (ou shunt) [7], [10], [12], [43] :

$$\boxed{G_{sh} = \frac{\Delta I}{\Delta V} = \frac{1}{R_{sh}}} \qquad (2.1.2.3')$$

Cette méthode est la plus simple et la plus communément utilisée pour déterminer R_{sh}.

2. Utilisant la même expression (1.2.3.20) pour la caractéristique I-V d'une cellule solaire P-V à l'obscurité, Laplaze et Youm proposent une méthode de détermination simultanée des grandeurs n, I_s, R_s et R_{sh} de cette cellule. La méthode sépare la partie linéaire (polarisation inverse) et la partie exponentielle (polarisation directe) de la caractéristique, puis utilise dans ses calculs des techniques d'ajustement par moindres carrés [20].

3. Araujo et al. Partent quant à eux du modèle dissipatif à deux diodes non idéales (éq. (1.2.3.21) et proposent une méthode de détermination simultanée des paramètres R_s, R_{sh}, I_{s1} et I_{s2} de ce modèle [21].

b) Sous éclairement

1. En ajoutant le photocourant "$-|I_{ph}|$" au 2ème membre de l'éq. (1.2.3.20), on a l'expression suivante de la caractéristique I-V de la cellule solaire PV sous un éclairement donné :

$$I = -|I_{ph}| + I_s\left\{\exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] - 1\right\} + \frac{V - R_s I}{R_{sh}} \qquad (2.1.2.4)$$

La différentiation membre à membre de cette identité conduit au résultat ci-après

$$dI\left\{1 + \frac{R_s}{R_{sh}} + \frac{qR_s I_s}{nK_B T}\exp\left[q\frac{(V - R_s I}{nK_B T}\right]\right\} = \left\{\frac{qI_s}{nK_B T}\exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] + \frac{1}{R_{sh}}\right\}dV \qquad (2.1.2.5)$$

En travaillant au point $\left(V=0; I=-\left|I_{ph}\right|\right)$ et dans les conditions où $R_s \approx 0;\ \ I_s \approx 0$, on a :

$$\left.\frac{dI}{dV}\right|_{V=o;I=-\left|I_{ph}\right|} \approx \frac{1}{R_{sh}} \qquad (2.1.2.6)$$

Dans la pratique, on trace la caractéristique I-V de la cellule solaire étudiée sous un éclairement donné. Puis, de la pente de cette caractéristique au point $\left(V=0, I=-\left|I_{ph}\right|\right)$, on déduit la valeur de R_{sh} comme indiqué par l'éq. (2.1.2.6) [12].

2. La méthode *généralisée de l'aire signalée plus haut* (§.II.1.2.b, point 7) constitue une voie alternative de détermination de R_{sh} [13], [27].

II.1.2.3. Effets de (et sur) R_{sh}

a) Effets de T et I_s sur R_{sh}

Partant de l'éq. (1.2.3.20) par ex. pour la caractéristique I-V d'une cellule solaire P.V à l'obscurité, on a l'expression suivante de R_{sh} :

$$R_{sh} = \frac{V - R_s I}{I - \left\{ I_s \exp\left[\frac{q(V - R_s I)}{nK_B T}\right] - 1 \right\}} \qquad (2.1.2.7)$$

ou

$$R_{sh} = \frac{V - R_s I}{I - I_d + I_s} \qquad (2.1.2.7')$$

avec I_d le courant de diode en polarisation directe. Or, quand R_{sh} est déterminée *en polarisation inverse à l'obscurité*, $I_d = 0$ et $R_s \approx 0$. *Si on ne* néglige pas I_s, *on remarque que* R_{sh} *doit diminuer quand* I_s *augmente. Par ailleurs, il est bien connu que* I_s *augmente très rapidement avec* T selon les relations ci-après [10] :

$$j_s = K' T^{\frac{3}{n'}} \exp\left[\frac{-E_g}{nK_B T}\right] \qquad (2.1.2.8)$$

$$I_s = A j_s \qquad \text{(xii.14)} ;$$

$$E_g = E_g(0) - \frac{aT^2}{T+b} \qquad (2.1.2.8')$$

où k', n', m, a et b sont des paramètres empiriques fonctions du matériau de base et de la qualité de la jonction. Donc, on en conclut que R_{sh} diminue quand T augmente. C'est ce que montrent les résultats expérimentaux de certains travaux [10]. Cependant, *comme I_s est généralement très faible par rapport aux courants de fonctionnement* (polarisation inverse à l'obscurité ; ou au voisinage du point $(V = 0; -|I_{ph}|$ quand on travaille sous éclairement) *pour des cellules de très bonne qualité, R_{sh} varie très peu avec T . C'est ce qui est expérimentalement observé dans certains autres travaux* [50].

b) Effet de R_{sh} sur les performances d'une cellule solaire P.V

Comme montré expérimentalement ailleurs [12], *plus R_{sh} est élevée, mieux la cellule solaire est performante* : quand R_{sh} croît, I_{cc}, V_{co}, P_m, FF et η_m augmentent. Cependant, ces grandeurs atteignent une saturation (pour un éclairement donné) quand R_{sh} croît au-delà d'une certaine valeur (de l'ordre de quelques milliers d'ohms) [10].

II.1.3. Résistance différentielle

II.1.3.1. Définition

La résistance différentielle (R_d) d'une cellule solaire photovoltaïque est la dérivée de la tension V p/r au courant I de la cellule [13], [51] :

$$\boxed{R_d = \frac{dV}{dI}} \qquad (2.1.3.1)$$

Elle dépend donc du point de fonctionnement de la cellule :

$$R_d = f(I) \qquad (2.1.3.1')$$

De plus elle n'est pas la même à l'obscurité et sous éclairement.

II.1.3.2. Méthodes de détermination et expressions

1. Dans la pratique, dépendamment du fait que la cellule fonctionne à l'obscurité ou sous éclairement, on trace la caractéristique I-V de cette cellule dans le mode considéré de fonctionnement, puis on estime la pente de la courbe I-V obtenue en différents points (différentes valeurs de I) et on en déduit R_d via l'éq. (2.1.3.1).

2. Utilisant l'expression modifiée ci-dessous de modèle dissipatif à deux diodes pour la caractéristique I-V d'une cellule solaire P.V à l'obscurité :

$$I = I_{s1}\left\{\exp\left[\frac{q(V - R_{12}I_1 + R_sI)}{n_1K_BT}\right] - 1\right\} + I_{s2}\left\{\exp\left[\frac{q(V - R_sI)}{n_2K_BT}\right] - 1\right\} + \frac{V - R_sI}{R_{sh}} \quad (2.1.3.2)$$

dans laquelle R_{sh} est une résistance d'ajustement variant entre 80Ω et 160Ω (voir fig.2.6), Orsal et Alabedra montrent que R_d a pour expression approchée [51] :

$$\boxed{R_d = \frac{n_1K_BT}{q|I + I_{s1}|} + R_{12}} \quad (2.1.3.3)$$

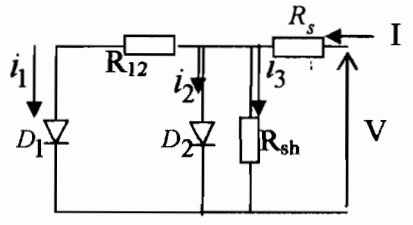


Fig.2.6 : Schéma du circuit électrique équivalent au modèle de l'éq. (2.1.3.2)

3. La forme analytique de $R_d(I)$ est tout compte fait fonction du modèle envisagé pour la caractéristique I-V (à l'obscurité ou sous éclairement). Cependant, vu la forme de cette caractéristique (échelles linéaires), R_d diminue en général quand I augmente (à l'obscurité, ou alors sous éclairement si la courbe est considérée dans le 4ème quadrant (fig.1.19).

II.2. Etude expérimentale

II.2.1. Echantillon, dispositifs de mesure et mode opératoire

L'échantillon utilisé dans cette étude est une cellule solaire au silicium monocristallin, du type commercial, de forme ronde, dont le diamètre est 7,5 cm, avec une encapsulation (voir photo à la figure 2.7).

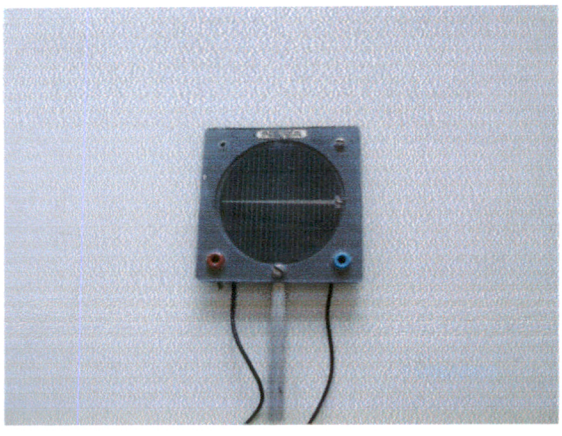


Fig.2.7 : Vue de la cellule solaire au *Si* utilisée

Pour l'étude à l'obscurité, le montage réalisé est schématisé à la fig. 2.8.1. Ce denier comportait un générateur de tension (G), dont la f.é.m. a été fixée à une valeur de moins de 2 volts ; un rhéostat (*Rh*) qui permettait de varier la tension de polarisation de la cellule (C) ; un ampèremètre (A) pour la mesure du courant ; (I) un voltmètre pour celle de la tension (V) aux bornes de la cellule ; puis un thermomètre pour le relevé de la température d'équilibre (T) de la cellule. De plus, celle-ci était soigneusement couverte d'un tissu opaque suffisamment épais pour éviter tout éclairement. La variation de la position du curseur sur le rhéostat a permis d'accéder à différents couples (V,I) en vue de l'obtention de la caractéristique courant-tension de la cellule tant en polarisation directe qu'en polarisation inverse.

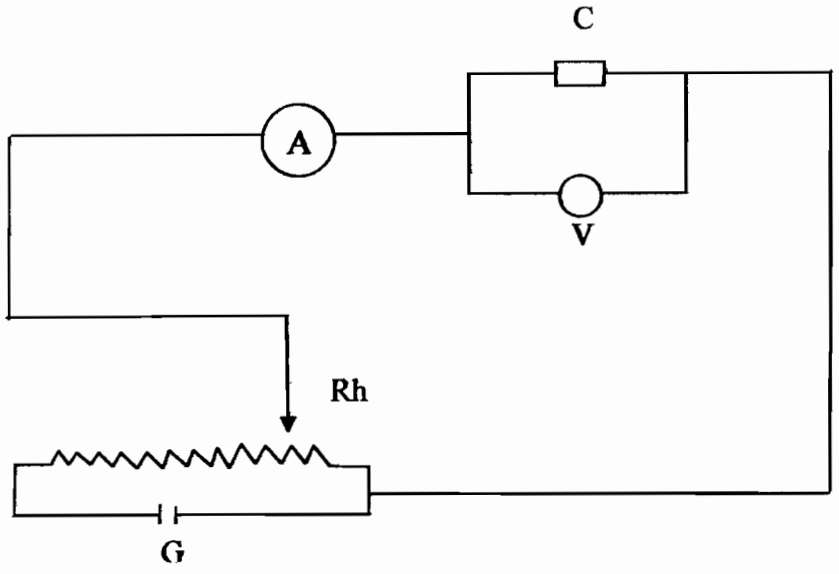


Fig. 2.8.1 : Schéma du montage d'étude sous obscurité

Pour l'étude sous éclairement, on a utilisé deux sources de tensions continues G_1 et G_2 disposées comme indiqué sur la figure 2.8.2. sur ce montage, (C), (A) et (V) gardent les mêmes significations que précédemment. Les rhéostats Rh_1 et Rh_2 montés comme indiqué sur la figure ont permis de varier la tension aux bornes de la cellule dans les sens positif et négatif. La cellule était directement exposée au soleil (S). Pour éviter un échauffement excessif de cette dernière, le relevé des couples (V,I) d'une caractéristique courant-tension devait se faire rapidement (moins de 5 minutes). Parallèlement à ce relevé on a opéré la mesure de la température (T) de la cellule (à l'aide du même thermomètre que précédemment) ainsi que de la puissance (P_{in}) du R.S incident sur la cellule. A ce dernier effet, on a utilisé un solarimètre du type thermopile compensée de Kipp & Zonen à 3 ouvertures (n°4, n°6 et n°8). Cet appareil a été utilisé avec un voltmètre analogique. Son étalonnage donnait $P_{in} = 1\,Wm^{-2}$ pour une tension de $9\mu V$ pour l'ouverture n°8 puis $P_{in} = 1\,Wm^{-2}$ pour une tension de 6,3 µV pour l'ouverture n°6.

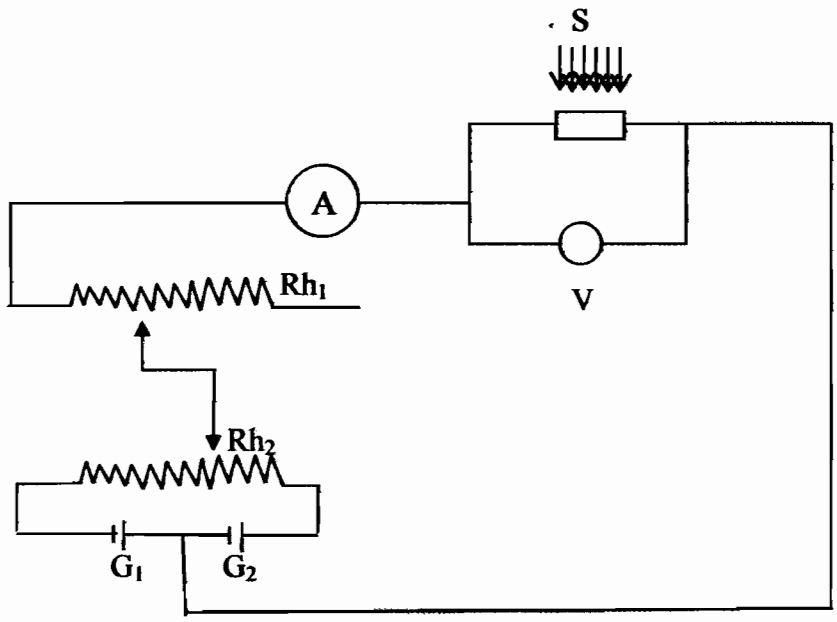


Fig.2.8.2 : Schéma du montage d'étude sous éclairement

II.2.2. Résultats des mesures

II.2.2.1. A l'obscurité en polarisation inverse : valeur de R_{sh}

Le tableau 2.1. Résume les valeurs des couples (V,I) obtenues en polarisation inverse avec T= 302 K (ou 29°C). Quant à la figure 2.9.1 elle représente le tracé de la caractéristique correspondante.

Tableau 2.1 : Couples (V,I) obtenus a l'obscurité polarisation inverse à T=302 K

-V(mV)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	1000
-I(μA)	0	50	70	100	110	140	150	160	200	220	250	260	300	310	350	360	400	450	500	570

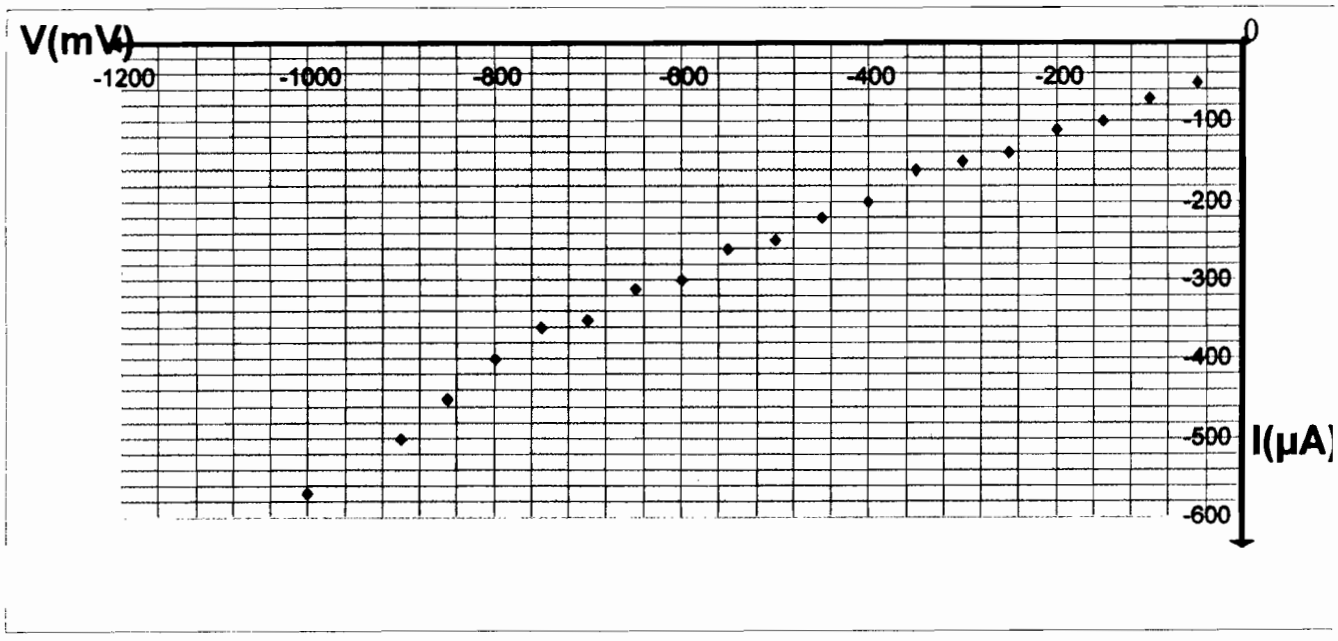


Fig . 2.9.1 : Caractéristique (I,V) de la cellule étudiée à l'obscurité, en polarisation inverse, à T= 302 K.

Partant de l'estimation de la pente de la droite moyenne, puis de celle des pentes des droites extrêmes tracées à partir des résultats précédents, l'utilisation de l'éq. (2.1.2.3) a donné la valeur ci-après de R_{sh} avec son incertitude absolue (à T=302 K) :

$$\boxed{R_{sh} = \frac{\Delta V}{\Delta I} = (1905 \pm 187)\Omega} \qquad (2.2.2.1)$$

Une autre série de mesures des couples (V,I) a l'obscurité en polarisation inverse a été opérée à une température T=298 K (ou 25°C). Les résultats correspondants sont consignés dans le tableau 2.2 et sur la figure 2.9.2.

Tableau 2.2 : Couples (V,I) obtenus à l'obscurité, en polarisation inverse à T=298 K

V(mV)	0	50	200	300	400	475	525	600	700	825	900
I(µA)	0	50	100	150	200	225	250	300	375	500	600

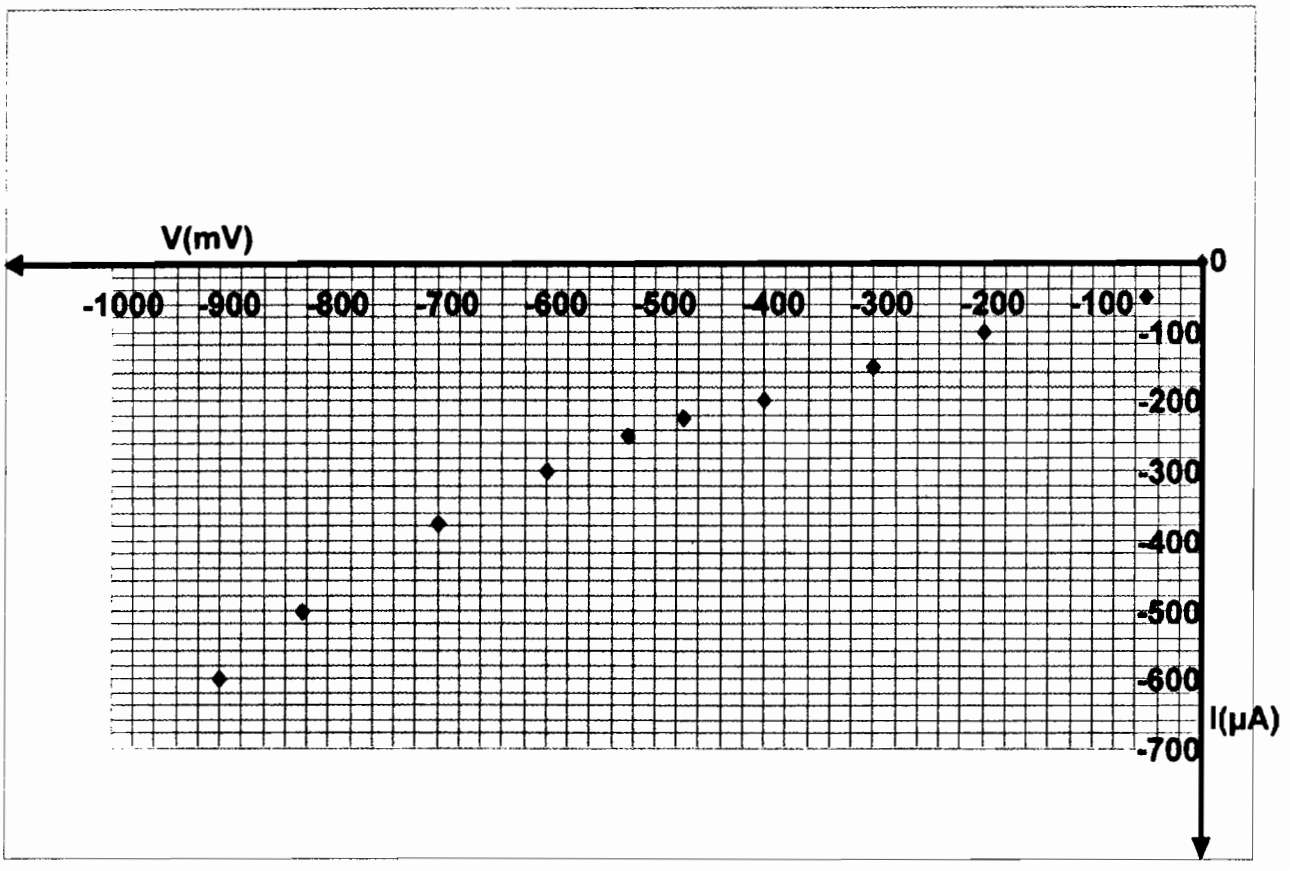


Fig.2.9.2 : Caractéristique (I,V) de la cellule étudiée à l'obscurité en polarisation inverse, à T=298 K

L'estimation de R_{sh} à partir des résultats précédents de façon similaire à la 1ère série de mesures a donné la valeur ci-après de R_{sh} à T=298 K :

$$\boxed{R_{sh} = \frac{\Delta V}{\Delta I} = (1923 \pm 122)\Omega} \qquad (2.2.2.2)$$

Les deux valeurs de R_{sh} (à 298 K et à 302 K) sont pratiquement les mêmes. Par ailleurs, elles sont élevées ($> 1\ k\Omega$), ce qui montre un degré élevé de cristallinité du matériau de base qui a servi à la fabrication de l'homojonction P/N de la cellule (au Si) étudiée.

II.2.2.2. A l'obscurité, en polarisation directe : valeurs de I_s, n, R_s et R_d

a) Courbes I (V) et $\ln I$ *vs* V

Tableau 2.6.a : Couples (V,I) obtenus pour la cellule étudiée sous un éclairement solaire de $(P_{in})_1 = (667 \pm 56)$ W.m^{-2}, à T_1=314K

V(mV)	160	190	260	340	350	360	380	385	400	420	430	450
I(mA)	-1000	-950	-900	-800	-750	-700	-650	-600	-550	-500	-400	-350

V(mV)	445	460	465	470	480	490	495	500	510
I(mA)	-300	-250	-200	-150	-100	0	0	+0	+100

Tableau 2.6.b : Couples (V,I) obtenus pour la cellule étudiée sous un éclairement solaire de $(P_{in})_2 = (556 \pm 56) Wm^{-2}$ T_2 =321K

V(mV)	350	380	390	395	405	410	420	430	435	445	450	455
I(mV)	-600	-500	-465	-450	-400	-380	-330	-300	-280	-235	-205	-180

V(mV)	460	465	470	475	480	485	490	490	490	495	500	510
I(mV)	-145	-125	-110	-90	-65	-40	-20	-15	0	+10	30	+65

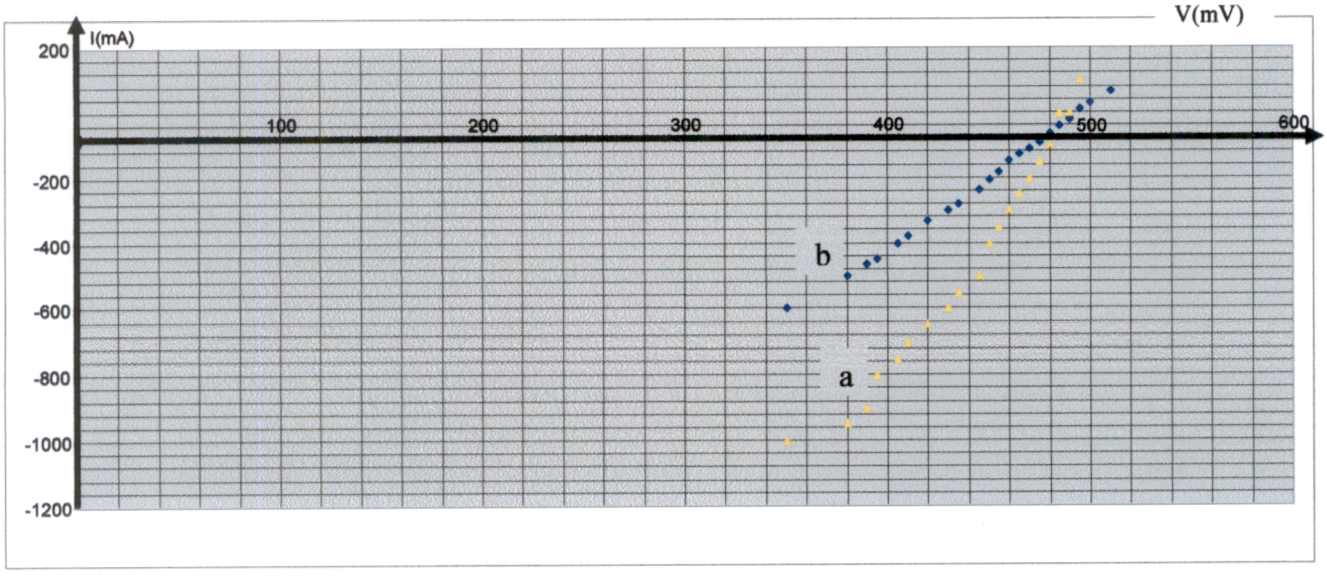


Fig. 2.12: Caractéristique de la cellule étudiée sous éclairement
a) $(P_{in})_1 = (667 \pm 56) Wm^{-2}$, **$T_1$=314 K ; b)** $(P_{in})_2 = (556 \pm 56) Wm^{-2}$ **;T_2=321 K**

Les caractéristiques I (V) correspondantes sont représentées sur les figures 2.12.a et b. On note que les données sur V, I et P_{in} sont entachées d'incertitudes dues au fait que les appareils utilisés (voltmètres pour V et P_{in}, puis ampèremètre pour I) sont analogiques plutôt que digitaux. De plus, les rhéostats

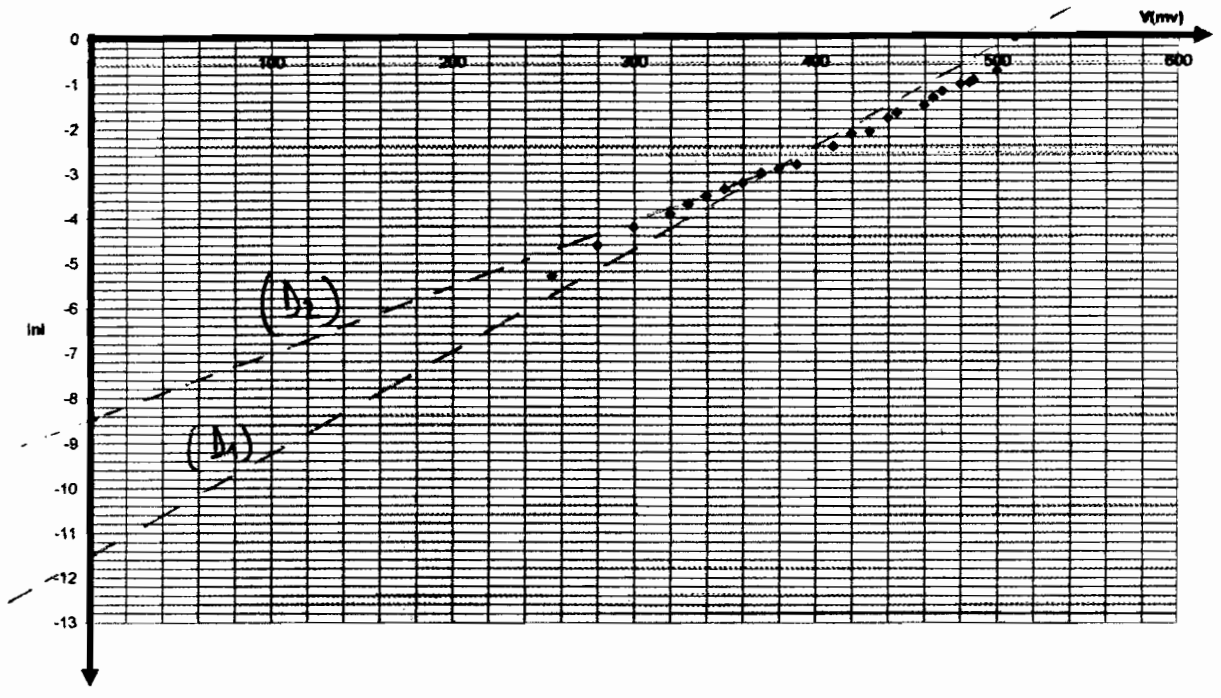


Fig.2.10.2 : Caractéristique ($(\ln I \ vs \ V)$) de la cellule étudiée à l'obscurité en polarisation directe, à T=298 K

De ces résultats les courbes I (V) et $\ln I \ \ vs \ V$ sont tracées aux figures 2.10.1. et 2.10.2 respectivement.

b) Valeurs de n et I_s

Sur la figure 2.10.2. (D_1) est la droite de diffusion (partie (b) sur la fig.1.16). Elle est représentée par l'expression analytique suivante (déduite de l'éq. (2.1.1.1) où on néglige en 1ère approximation l'effet de R_s) :

$$\ln I = \ln I_s + \frac{q}{nK_BT}V \qquad (2.2.2.3)$$

Sa pente conduit à l'expression ci-après du facteur d'idéalité n (cas du modèle de cellule à une diode non idéale) :

$$p = \frac{q}{nK_BT} \Rightarrow n = \frac{q}{pK_BT} \qquad (2.2.2.4)$$

Quant à son ordonnée à l'origine, elle permet de déterminer le courant de saturation inverse I_s. Le calcul de p ainsi que la lecture de l'ordonnée à

Quant à son ordonnée à l'origine, elle permet de déterminer le courant de saturation inverse I_s. Le calcul de p ainsi que la lecture de l'ordonnée à l'origine de (D_1) sur la figure (2.10.2) ont conduit aux valeurs ci-après de n et I_s à T=298 K :

$\boxed{n = 1,61}$ (2.2.2.5)

$\boxed{I_s = 3,73\ 10^{-6} A}$ (2.2.2.6)

En accord avec les résultats de divers autres travaux, on a obtenu $1 < n < 2$ pour une cellule à jonction P/N monocristalline, ainsi que I_s négligeable devant les valeurs de I aux fortes valeurs de la tension V de polarisation directe.

c) Valeurs de R_s

En appliquant la méthode n°1 de détermination de R_s à l'obscurité (§ II.1.1.2.a), nous avons évalué les écarts de tension entre les points expérimentaux et la droite de diffusion au voisinage de la tension de diffusion. Les résultats sont consignés dans le tableau 2.4.

Tableau 2.4 : Ecarts de tension, à divers valeurs de I, entre (D_1) et la courbe expérimentale aux valeurs de V proche de V_{bi}

$\ln I$	-0,734	-0,942	0,994	-1,022	-1,187	-1,328	-1,492	-1,661	-1,772
I(10^{-3}A)	480	390	370	360	305	265	225	130	170
$\Delta V = R_S I(10^{-3} V)$	17,5	10	16	12	10	10	12	05	03
$R_s(10^{-2}\Omega)$	3,65	5,13	4,32	3,33	3,28	3,77	5,33	2,63	1,76

En moyenne, on a la valeur suivante de R_s de la cellule étudiée par cette méthode :

$\boxed{R_s = (3,69 \pm 1,79)10^{-2}\Omega}$ (2.2.2.7)

Pour les dimensions de la cellule étudiée $(S_t = \frac{\pi d^2}{4} = 44,179 cm^2)$, cette résistance est suffisamment faible pour être négligée en 1ère approximation (modèle de cellule à une diode non idéale). En effet, la résistance série par unité de surface (avant ou arrière) de la cellule est :

$$R'_s = \frac{R_s}{S_t} = 8{,}35\,10^{-4}\,\Omega\ cm^{-2} \qquad (2.2.2.7')$$

d) Valeurs de la résistance différentielle

Partant des résultats du tableau 2.3 pour les couples (V,I) obtenus, nous avons dégagé les données ci-dessus de R_d à différentes valeurs de I (tableau 2.5) en appliquant l'identité (2.1.3.1) (avec $\overline{I}$ signifiant moyenne de I).

Tableau 2.5 : Résultats des calculs de R_d à diverses valeurs de I (obscurité, T=298 K)

$V(10^{-3}V)$	255	280	300	320	330	340	350	360	370
$I(10^{-3}A)$	5	10	15	20	25	30	35	40	50
$\Delta V(10^{-3}V)$	25	20	20	10	10	10	10	10	
$\Delta I(10^{-3}A)$	5	5	5	5	5	5	5	10	
$R_d(\Omega)$	5	4	4	2	2	2	2	1	
$\overline{I}(10^{-3}A)$	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	45	

$V(10^{-3}V)$	380	390	410	420	430	440	445	460
$I(10^{-3}A)$	55	60	90	120	135	170	190	225
$\Delta V(10^{-3}V)$	10	10	20	10	10	10	5	5
$\Delta I(10^{-3}A)$	5	5	30	30	15	35	20	35
$R_d(\Omega)$	2	2	0,67	0,33	0,67	0,29	0,25	0,14
$\overline{I}(10^{-3}A)$	52,5	57,5	75	105	127,5	152,5	180	207,5

$V(10^{-3}V)$	465	470	480	485	487	500
$I(10^{-3}A)$	265	305	360	370	390	480
$\Delta V(10^{-3}V)$	5	5	10	5	2	13
$\Delta I(10^{-3}A)$	40	40	55	10	20	90
$R_d(\Omega)$	0,125	0,18	0,50	0,10	0,14	
$\overline{I}(10^{-3}A)$	245	285	332,5	365	380	435

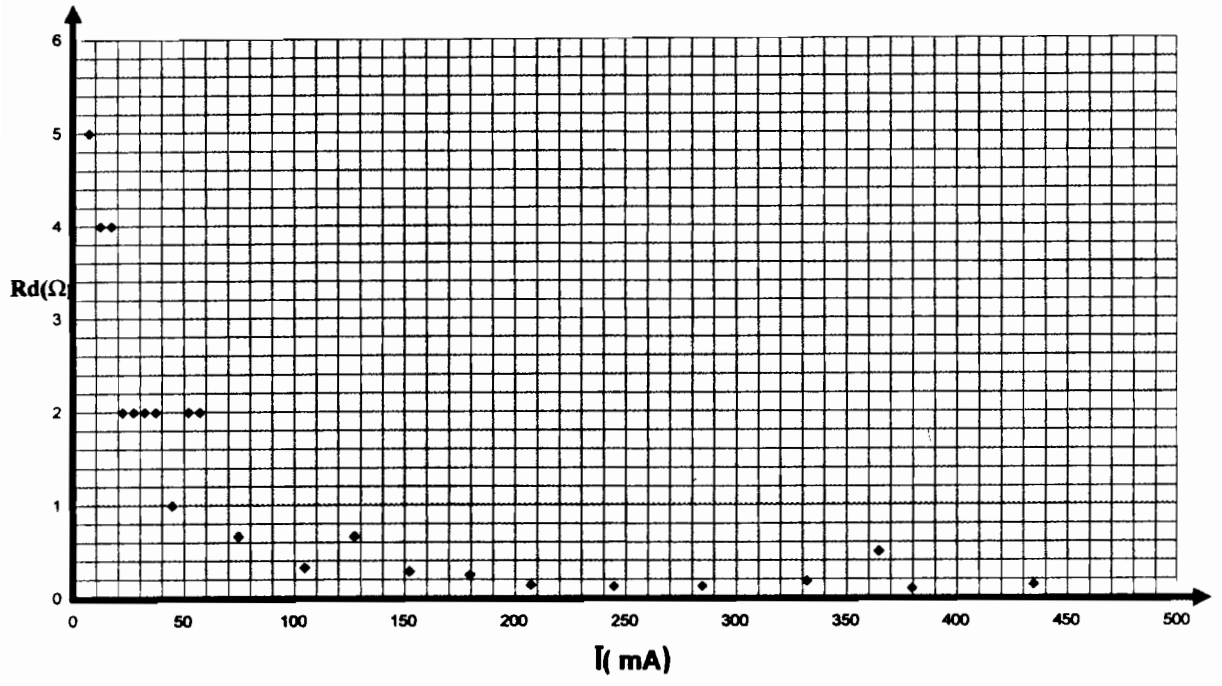


Fig.2.11 : Courbe R_d *vs* $\overline{I}$ pour la cellule étudiée en polarisation directe à l'obscurité, à T=298 K.

Comme dans d'autres travaux ([13], [51]), nous avons observé expérimentalement une allure fortement décroissante de R_d quant les valeurs de I augmentent au-delà de la région génération-recombinaison, puis un comportement asymptotique de R_d dans la région des courants correspondant au voisinage de la tension de diffusion (V_{bi}) (fig.2.11).

II.2.2.3. Sous éclairement

a) Courbes I (V)

Dans les conditions de mesures in situ, sans système de refroidissement de la cellule, les couples (V,I) obtenus à deux éclairements voisins et à différentes températures sont montrés dans les tableaux 2.6. a et 2.6.b.

Tableau 2.6.a : Couples (V,I) obtenus pour la cellule étudiée sous un éclairement solaire de $(P_{in})_1 = (667 \pm 56)\ \mathbf{W.m^{-2}}$, à $\mathbf{T_1}$=314K

V(mV)	160	190	260	340	350	360	380	385	400	420	430	450
I(mA)	-1000	-950	-900	-800	-750	-700	-650	-600	-550	-500	-400	-350

V(mV)	445	460	465	470	480	490	495	500	510
I(mA)	-300	-250	-200	-150	-100	0	0	+0	+100

Tableau 2.6.b : Couples (V,I) obtenus pour la cellule étudiée sous un éclairement solaire de $(P_{in})_2 = (556 \pm 56) Wm^{-2}$ $\mathbf{T_2}$ =321K

V(mV)	350	380	390	395	405	410	420	430	435	445	450	455
I(mV)	-600	-500	-465	-450	-400	-380	-330	-300	-280	-235	-205	-180

V(mV)	460	465	470	475	480	485	490	490	490	495	500	510
I(mV)	-145	-125	-110	-90	-65	-40	-20	-15	0	+10	30	+65

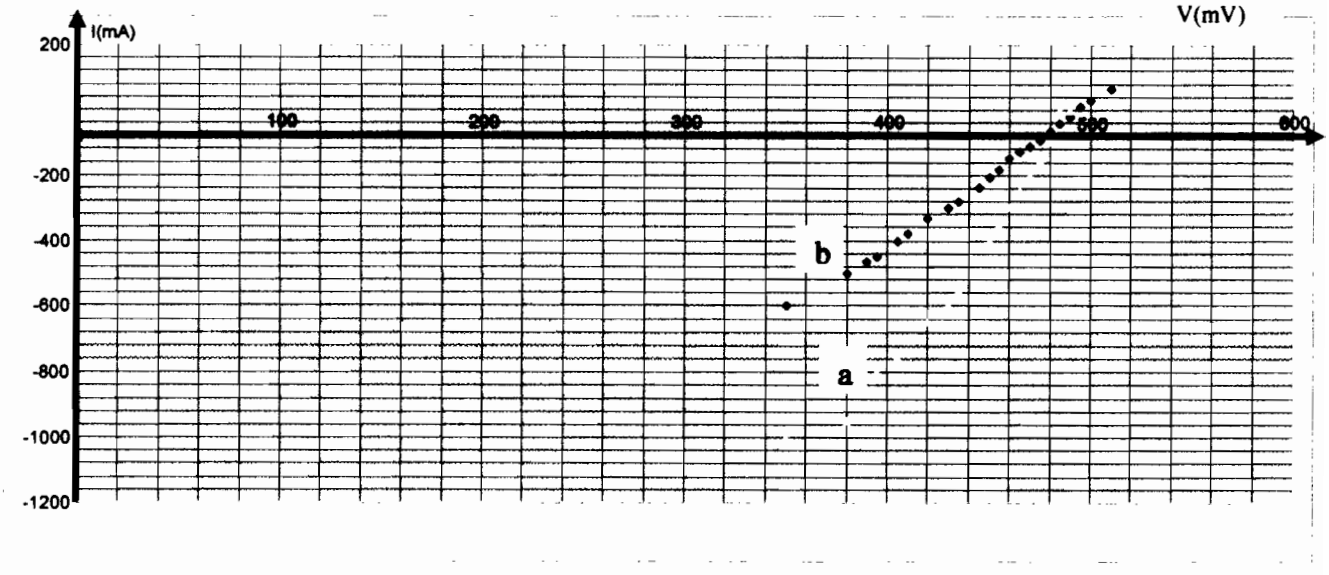


Fig. 2.12: Caractéristique de la cellule étudiée sous éclairement
a) $(P_{in})_1 = (667 \pm 56) Wm^{-2}$, $\mathbf{T_1}$**=314 K ; b)** $(P_{in})_2 = (556 \pm 56) Wm^{-2}$ **;$\mathbf{T_2}$=321 K**

Les caractéristiques I (V) correspondantes sont représentées sur les figures 2.12.a et b. On note que les données sur V, I et P_{in} sont entachées d'incertitudes dues au fait que les appareils utilisés (voltmètres pour V et P_{in} , puis ampèremètre pour I) sont analogiques plutôt que digitaux. De plus, les rhéostats

utilisés n'ont pas permis (dans la variation des positions de leurs curseurs) d'obtenir des couples (V,I) aux tensions avoisinant 0 volt (côté + comme côté -), c'est-à-dire au voisinage de $-|I_{ph}|$. Enfin, l'allure des courbes I(V) de la cellule éclairée ne présente pas une croissance aussi exponentielle quand V croît) que celle de la caractéristique I(V) de la cellule polarisée dans le sens direct à l'obscurité.

b) Estimation de R_{sh}

R_{sh} peut en principe être estimée à partir de la pente de chacune des caractéristiques (a) et (b) de la fig. 2.11) au point de coordonnées $(V=0; I=-|I_{ph}|)$ et selon l'éq. (2.1.2.6). Avec nos résultats expérimentaux cependant, l'absence de couples (V,I) au voisinage du point précédent ne nous permet pas d'obtenir des résultats fiables sur R_{sh}.

c) Valeurs de R_s

En utilisant la méthode de la pente de chacune des deux caractéristiques (a) et (b) de la fig.2.11 au point $(V=V_{co}; I=0)$, point de circuit ouvert, on a les données suivantes permettant le calcul de R_s à l'aide de l'éq. (2.1.1.4)

(i) Courbe (a)

$\left.\frac{dV}{dI}\right|_{I=o,V=V_{co}} = (0,15 \pm 0,05)\Omega$; $n = 1,61$; T=314 K ; $K_B = 1,38\ 10^{-23} JK^{-1}$;

$|I_{ph}| = 1,050A$; $I_s \ll |I_{ph}|$ (donc négligeable) ; d'où

$\boxed{R_s = (0,11 \pm 0,05)\Omega}$ (2.2.2.7)

(ii) Courbe (b)

$\left.\frac{dV}{dI}\right|_{I=o,V=V_{co}} = (0,20 \pm 0,05)\Omega$; $n = 1,61$; T=321K ;

$|I_{ph}| = 0,910A$, d'où :

$\boxed{R_s = (0{,}13 \pm 0{,}05)\Omega}$ (2.2.2.8)

Cette méthode a été choisie parmi la multitude de méthodes de calcul de R_s sous éclairement(du § II.1.1.2.b) pour sa simplicité. Les valeurs de R_s obtenues aux deux éclairements voisins et à des températures de 41°C et de 48°C respectivement sont pratiquement les mêmes. De plus, elles sont environ 3 fois plus élevés que la valeur de R_s obtenue à l'obscurité, à une température de 25°C. Dans tous les cas, R_s reste faible pour les dimensions de la cellule car R_s par unité de surface de la cellule est $R'_s = 2{,}5\,10^{-3}\Omega\,\mathrm{cm}^{-2}$ pour le cas (a) puis $R'_s = 2{,}910^{-3}\Omega cm^{-2}$ pour le cas (b). Des résultats du même ordre de grandeur ont été obtenus dans un autre travail pour une cellule solaire au si monocristallin [13].

d) Valeurs de R_d

Partant des résultats du tableau 2.6.a. par ex. (où les données sont plus nombreuses que celles du tableau 2.6.b), on a obtenu les données ci-après pour R_d à différentes valeurs de $\overline{I}$ (tableau 2.7)

V(10^{-3}V)	160	190	260	340	350	360	380	385	400	420
I(10^{-3}A)	-1000	-950	-900	-800	-750	-700	-650	-600	-550	-500
$\Delta V(10^{-3}V)$	30	70	80	10	10	20	5	15	20	
$\Delta I(10^{-3}A)$	50	50	100	50	50	50	50	50	50	
$R_d(\Omega)$	0,60	1,40	0,80	0,20	0,20	0,40	0,10	0,30	0,40	
$\overline{I}(10^{-3}A)$	-975	-925	-850	-775	-725	-675	-625	-575	-525	

V(10^{-3}V)	430	450	455	460	465	470	480	495	510
I(10^{-3}A)	-400	-350	-300	-250	-200	-150	-100	0	100
$\Delta V(10^{-3}V)$	10	20	5	5	5	5	10	5	5
$\Delta I(10^{-3}A)$	100	50	50	50	50	50	50	100	100
$R_d(\Omega)$	0,10	0,40	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,05	0,05
$\overline{I}(10^{-3}A)$	-450	-375	-325	-275	-225	-175	-125	-50	+50

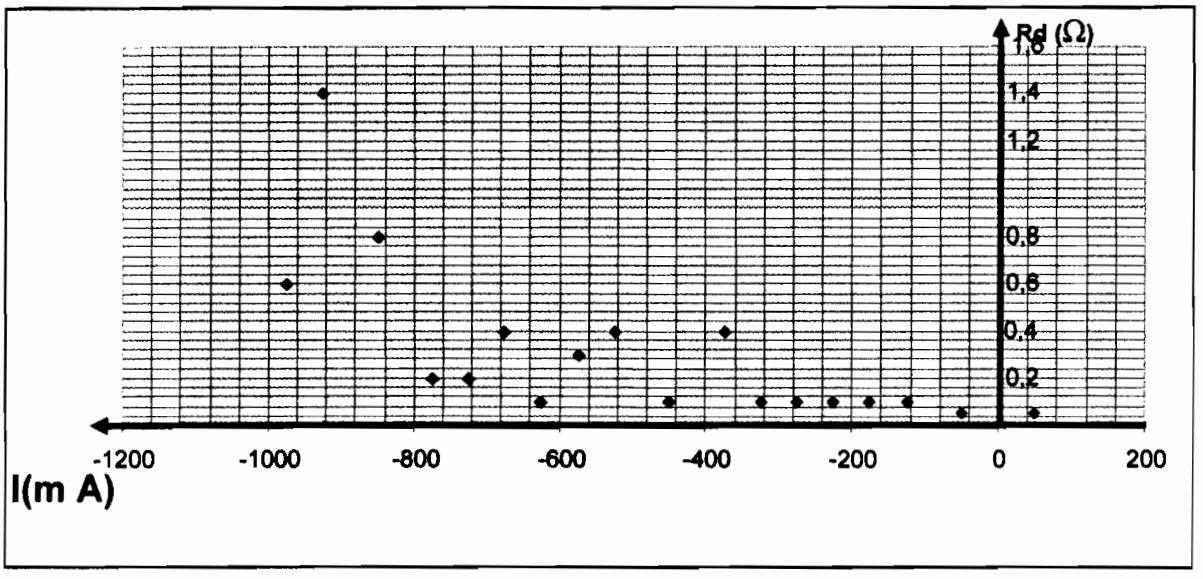


Fig. 2.13 : Courbe R_d *vs* I pour la cellule étudiée sous éclairement

Même si le nuage de points (I, R_d) est plus éparpillé que dans l'étude à l'obscurité, la même tendance s'observe ici à l'éclairement qu'à l'obscurité : R_d décroît fortement quand I augmente au-delà de la région de génération recombinaison (faibles valeurs de (V), puis montre un comportement asymptotique aux fortes valeurs de V (voisinage de V_{co}).

CONCLUSION

Dans le 1er chapitre de ce travail, un exposé a été effectué d'abord sur l'énergétique, la conductibilité et la statistique des porteurs de charges dans un semiconducteur. Il a ensuite porté sur l'énergétique et le transport de charges dans une jonction P/N de semiconducteurs à équilibre et hors équilibre. Cela a abouti à la présentation de différents modèles de caractéristiques I(V), à l'obscurité et sous éclairement, d'une cellule solaire faite de ladite jonction. Diverses grandeurs physiques d'une cellule solaire, notamment divers types de résistance de cette cellule, ont été définies à partir de des caractéristiques.

Dans le 2ème chapitre, pour ces types de résistances, outre la définition et l'interprétation physique, il a été d'abord proposé une description des expressions analytiques, des méthodes de détermination, des facteurs influant sur les valeurs de ces résistances et/ou l'effet de celles-ci sur les performances de la cellule à l'obscurité et sous éclairement, à des températures données. Des valeurs des grandeurs n, I_s, R_{sh}, R_s et R_d ont été dégagées de l'étude dans des conditions d'obscurité et sous éclairement. L'interprétation des résultats en termes de conditions expérimentales, prévisions théoriques et données d'autres travaux a montré que ces résultants sont satisfaisants.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. S.M. Sze, *Physics of semiconductor devices*, second edition. Wiley-Interscience, New-York,London, Sydney, Toronto, (1981), pp 8-9, 12, 16, 77-105.
2. M. Manirakiza, *Caractérisation et détermination des rendements et du facteur de forme d'une cellule photovoltaïque.* Université du Burundi, Bujumbura, (2001), pp.10-15.
3. P. Kireev, *La physique des semiconducteurs.* Editions Mir, Moscou, (1975), pp. 196-215.
4. S.J. Fonash, *Solar cell device physics*. Academic Press, New York, (1981), pp. 7-10, 11-22, 32-35, 134-135, 138.
5. F. Iyamuremye, *Etude et réalisation d'une installation électrique solaire.* Université du Burundi, Bujumbura, (1990), pp. 25-29, 17-25.
6. I. Ngendakuriyo, *Formes analytiques implicites de la caractéristique I-V d'une cellule solaire éclairée, quelques méthodes de passage à des formes explicites*. Université du Burundi, Bujumbura, (2010), pp.28-29, 33-38, 44-49.
7. P.C Nzindukiye, *Effet de la méthode et des paramètres expérimentaux sur la détermination du facteur d'idéalité d'une cellule solaire*. Université du Burundi, Bujumbura, (1999), pp.1-2, 27-30, 99-103.
8. D. Manirakiza, *Eléments théoriques sur le modèle de Shockley et ses corrections pour une caractéristique courant-tension réaliste d'une jonction P-N polarisée à l'obscurité*. Université du Burundi, Bujumbura, (2010), pp.2-75.
9. H.J Hovel, in « Semiconductors and semimetals » (R.K. Willardson and A.C. Beer, eds), *Vol 11, Solar cells.* Academic Press, New York, (1976), pp. 56-57, 161-200.
10. L. Bapfutwabo, *Analyse des effets de la température et de l'éclairement sur les paramètres caractéristiques de matériaux de base et de dispositifs photovoltaïques.* Université du Burundi, Bujumbura, (2000), pp.2-80.
11. T. Simbarakiye, *Exposé sur les concepts relatifs à divers paramètres de transport de charges dans les semiconducteurs et les cellules photovoltaïques ; méthodes de détermination expérimentale de ces paramètres.* Université du Burundi, Bujumbura (2010), pp. 47-67.
12. F. Gakwandi, *Caractéristiques électriques d'une cellule solaire au silicium.* Université nationale du Rwanda, Butare (1987), pp.23, 2-4, 61-62.

13. M. Bashahu and A, Habyarimana, Review and tests of methods of determination of the solar cell series resistance, *Renewable Energy Vol.6 n°2*, pp.129-138, (1995).
14. M. Bashahu and P, Nkundabakura, Review and tests of methods of determination of the solar cell junction ideality factors, *Solar Energy, 81*, (2007), pp. 856-863.
15. M. Averous, in « *II^ème Séminaire sur l'Energie Solaire* » (M. Cadème, éd), *I^ère Conférence sur le Photovoltaïque*. Centre International de Physique Théorique, Trieste (6-20 Septembre 1980), pp. 169-193.
16. http://www.dictionnaire-environnement.com/résistance série rs I03098 htmml.
17. H. Saha and G. Bhattacharya, Mismatch losses in series combinations of silicon solar cell modules, *Solar Cells 25*, (1988), 143-153.
18. A.M Cowley and S.M Sze, *J. Appl Phys, 30*, 3212 (1965).
19. J. Boucher, M. Lescure and J. Vialas, *Proc. EEC* Photovoltaïc Solar Energy Conf., Luxembourg, p. 1044 (27-30 septembre 1977).
20. D. Laplaze et I. Youm, Modélisation d'une cellule photovoltaïque II : détermination des paramètres à partir de la caractéristique courant-tension à l'obscurité, *Solar Cells 14*, (1985), 179-186.
21. G.L Araujo, E. Sanchez and M. Marti, Determination of the two exponentials solar cell equation parameters from empirical data, *Solar Cells 5*, (1982), 199-204.
22. P.J Chen et al., Experimental determination of series resistance of p-n junction diodes and solar cells, *IEEE Trans. Electron. Devices, 25*, (1978).
23. M. Wolf and H. Rauschenbach, Series resistance effects on solar cell measurements. In *Solar Cells*, edited by C.E Backus, pp.146-170, IEEE Press. (1976).
24. Quanzi Jia and W.A. Anderson, A novel approach for evaluating the series resistance of solar cells, *Solar Cells, 25*, (1988), 311-318.
25. C.M. Singal, Analytical expressions for the series resistance dependant maximal power point and curve factor for solar cells, *Solar Cells 3*, (1981), 163-177.
26. M.A Hamdy and R. L. Call, the effect of the diode ideality factor on experimental determination of series resistance of solar cells, *Solar Cells 20*, (1987), 119-126.
27. B. Arcipiano, Generalization of area method for the determination of the parameters of a non-ideal solar cell, *Rev. Phys. Appl. 20*, (1985), 269-272.

28. S.K Agarwal et al., A new method for the measurements of series resistance of solar cells, *J. Phys. D: Appl. Phys. 14,* (1981), 1643-1646.
29. A. Polman W.G.J.H.M. Van Sark, W. Sinke and F.W. Saris, A new method for evaluation of solar cells parameters, *Solar Cells 17,* (1986), 241-251.
30. M.S. Imamura and J.L. Portocheller, *Proc.8th IEEE Photovoltaic Specialists Conf.*, New York, (1970), pp. 102-109.
31. K. Rajkanan and J. Shawchun, A better approach to the evaluation of the series resistance of solar cells, *Solid-State Electronics 22,* (1979), 193.
32. S.R. Dhariwal, S. Mittal and R.K. Mathur, Theory for voltage dependent series resistance in silicon solar cells, *Solid-State Electronics 27,* (1984), 267.
33. J.A Cape, J.R., Oliver and R.J. Chaffin, A simplified flash lamp technique for solar cell series resistance measurements, *Solar Cells 3,* (1981), 215-219.
34. M. Wolf, *Proc. of the I.R.E. 48,* (1960), 1246.
35. R.J. Handy, *Solid-State Electronics 10,* (1967), 765.
36. I. Chambouleyron, solar sheet resistance analysis, in the *Proceedings of the EEC Photovoltaïc Solar Energy Conference*, Luxembourg, sept 27-30; 1977, pp. 987-995.
37. A.K Aboul Seoud and H. Amer, Calculation of the resistance of the diffused top layer in a photovoltaic cell, *Solar Cells 19,* (1986-1987), 1-7.
38. J.C. Duran, G. Vernier and R. Weth, Optimization of the junction depth and doping of solar cell emitters, *Solar Cells 31,* (1991), 497-503.
39. V.D. Rumyantsev, J.A. Rodriguez, Method of calculating the distributed and lumped components of the resistance in solar cells, *Solar Cells 28,* (1990), 241-252.
40. Dadu, A. Kappor, K.N. Tripathi, Effect of operating current dependent Series resistance on fill factor of solar cell, *Solar Energy Materials and Solar Cells 71,* (2002), 213-218.
41. D. Diop, *Détermination de la résistivité des matériaux en couches minces, influence de la forme de l'échantillon.* Thèse de 3ème cycle, Université de Dakar, Dakar, 1986, pp. 15-79.
42. J.R. Sites and. P.H Mauk, Diode quality factor determination for thin film solar cells, *Solar Cells 27,* (1989), 411-417.
43. M. Bashahu et S. Halindintwali, Variation de paramètres d'une cellule solaire avec la température, *Revue Rwandaise des Sciences 5 (2)*, (1992), D-87–D-111.

44. A. Cuevas, G.L. Araujo and J.M. Ruiz, variation of the internal series resistance with the operating conditions of solar cell, dark and illuminated cases, *Proceedings of the 5th EEC Photovoltaic Solar Energy Conference*, Kavouri (Athens), 17-21 October 1983.
45. A.K. Sharma et al., Modified series resistance model of solar cells under shadow conditions, *Solid-State Electronics 33 (3)*, (1990), 309-312.
46. S. Bobbio, F.P Califano, E. Ciccarone, Non linear analysis of solar cells-series resistance, *Proceedings of the EEC Photovoltaic Solar Energy Conference*, Luxembourg, September 27-30, 1977, pp. 1006-1018.
47. T. Easwarakhantan, P.H. Nguyen, A. ES-Shassi and S. Ravelet, Second-order effect of parasitic resistance on the efficiency of solar cells, *Solar Cells 13* (1984), 77-82.
48. A. Cuevas and S. Lopez-Romero, the Combined effect of non-uniform illumination and series resistance on the open circuit voltage of solar cells, *Solar Cells 11*, (1984), 163-173.
49. http://www.dictionnaire-environnement.com/résistanceShunt r_{sh}I03099html.
50. D. Ngendabanyikwa, *Eléments d'énergétique et électronique d'une jonction à barrière Schottky, méthodes et résultats de détermination de quelques paramètres*. Université du Burundi, Bujumbura, (2008), pp.2-25.
51. B. Orsal and R. Alabedra, Low frequency noise as a control test for spacial solar panels, *Solar Cells 18*, (1986), 13-23.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Démonstration de l'éq. (ii.3)

Dans l'équation (1.1.3.5), en remplaçant $f(E)$ et $g_h(E)$ (respectivement nombre moyen de trous occupants un état d'énergie E et densité de trous vacants dans la B.V) par leurs expressions (1.1.3.3) et (1.1.3.6) ; on a (avec la B.V) limitée entre $-\infty$ et E_v :

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2} \exp\dfrac{(E - E_F)}{K_B T}}{1 + \exp\left[\dfrac{(E - E_F)}{K_B T}\right]} dE \qquad \text{(A.1.1)}$$

La multiplication de l'intégrand par $\exp\left[\dfrac{(E_F - E)}{K_B T}\right]$ au numérateur et au dénominateur nous donne :

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2} dE}{1 + \exp\left[\dfrac{(E_F - E)}{K_B T}\right]} \qquad \text{(A.1.2)}$$

Posons le changement de variable suivant :

$\varepsilon' = E_v - E$ (A.1.3)

$d\varepsilon' = -dE$ (A.13')

p/r à la nouvelle variable ε', les bornes l'intégration deviennent $+\infty$ et 0 respectivement. Ainsi, on a :

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{+\infty}^{0} \frac{\varepsilon'^{1/2} d\varepsilon'}{1 + \exp\left[\dfrac{(E_F - \varepsilon' - E_v)}{K_B T}\right]} \qquad \text{(A.1.4)}$$

Considérons un second changement de variable du type :

$$t'' = \frac{\varepsilon'}{K_B T} \qquad \text{(A.1.5)}$$

qui nous conduit à :

$\varepsilon' = (K_B T) t''$ (A.1.6)

$d\varepsilon' = (K_B T) dt''$ (A.1.7)

En posant également

$$\eta = \frac{E_v - E_F}{K_B T} \qquad \text{(A.1.8)}$$

l'éq. (A.1.4) devient :

$$\boxed{p = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} K_B T \right)^{3/2} \int_0^{+\infty} \frac{t''^{1/2} dt''}{1 + e^{(t'' - \eta)}}} \qquad \text{(A.1.9)}$$

ou

$$\boxed{p = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} K_B T \right)^{3/2} F_{1/2}(\eta)}$$

avec $F_{1/2}(\eta)$ l'intégrale de Fermi d'ordre ½ donnée pour la variable η. L'éq. (A.1.9) est bien la relation (ii.3).

ANNEXE 2. Démonstration des relations (1.1.3.9) et (1.1.3.9′)

Dans l'éq. (1.1.3.1), si on utilise l'expression (1.1.3.2) pour $g_e(E)$ et (1.1.3.8) pour $f(E)$, on a :

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{1/2} \exp\left[-\left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) \right] dE \qquad \text{(A.2.1)}$$

En posant :

$$E' = E - E_c \qquad \text{(A.2.2)}$$

$$E = E' + E_c \qquad \text{(A.2.2′)}$$

$$dE = dE' \qquad \text{(A.2.3)}$$

les bornes d'intégration par rapport à E' deviennent o et ∞, puis on a :

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} E'^{1/2} \exp\left[-\left(\frac{E' + E_c - E_F}{K_B T} \right) \right] dE' \qquad \text{(A.2.4)}$$

En opérant un nouveau changement de variable du type

$$t = \frac{E'}{K_B T} \qquad \text{(A.2.5)}$$

qui donne :

$$E' = (K_B T) t \qquad \text{(A.2.6)}$$

$$dE' = (K_B T) dt \qquad \text{(A.2.7)}$$

on obtient :

$$n = 4\pi\left(\frac{2m_e^*}{h^2}K_BT\right)^{3/2}\left[\int_o^\infty t^{1/2}e^{-t}dt\right]\exp\left[-\left(\frac{E_c - E_F}{K_BT}\right)\right] \qquad \text{(A.2.8)}$$

Pour le calcul de l'intégrale entre crochets, c'est-à-dire :

$$I = \int_o^\infty t^{1/2}dt = \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \qquad \text{(A.2.9)}$$

on pose :

$$t = u^2 \qquad \text{(A.2.12)}$$

et on a :

$$I = 2\int_o^\infty u^2e^{-u^2}du = \int_{-\infty}^{+\infty} u^2e^{-u^2}du \qquad \text{(A.2.13)}$$

L'intégrale (A.2.13) est de la forme générale :

$$I_n(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n e^{-\alpha x^2}dx \qquad \text{(A.2.14)}$$

où on montre que :

$$\frac{-d\ln(\alpha)}{d\alpha} = I_{n+2}(\alpha) \qquad \text{(A.2.15)}$$

Pour notre cas, $n = 0$ et on a :

$$I_2 = -\frac{dI_o(\alpha)}{d\alpha} \qquad \text{(A.2.16)}$$

Or, selon l'une des formes des intégrales de Poisson,

$$I_o(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} \qquad \text{(A.2.17)}$$

donc

$$I_2 = -\frac{d}{d\alpha}\left(\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}\right) = \frac{1}{2}\frac{\pi^{1/2}}{\alpha^{-3/2}} \qquad \text{(A.2.18)}$$

Avec $\alpha = 1$ comme dans l'intégrale (A.2.13), on obtient :

$$I = \frac{1}{2}\pi^{1/2} \qquad \text{(A.2.19)}$$

En remplaçant dans l'équation (A.2.18), on trouve :

$$n = 2\left(2\pi \frac{m_e^*}{h^2} K_B T\right)^{3/2} \exp\left[-\left(\frac{E_C - E_F}{K_B T}\right)\right] \qquad \text{(A.2.20)}$$

soit :

$$\boxed{n = N_c \exp\left[\exp\left[-\left(\frac{E_C - E_F}{K_B T}\right)\right]\right]} \qquad \text{(A.2.21)}$$

où

$$\boxed{N_C = 2\left(2\pi \frac{m_e^*}{h^2} K_B T\right)^{3/2}}$$

On retrouve donc les expressions (1.1.3.9) et (1.1.3.9′).

Annexe 3 : Démonstration des éqs. (1.1.3.10) et (1.1.3.10′)

Dans l'éq. (1.1.3.5), si on remplace $f(E)$ et $g_h(E)$ par leurs expressions (1.1.3.8) et (1.1.3.6) respectivement, on a :

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2} \exp\left((E - E_F)/K_B T\right)}{1 + \exp\left[(E - E_F)/K_B T\right]}\, dE \qquad \text{(A.3.1)}$$

Dans l'éq. (A.3.1), E varie de $-\infty$ à E_v et E_F est situé au voisinage du milieu de la B.I pour un semiconducteur pur (intrinsèque) et non dégénéré. Le terme exponentiel est donc très petit devant le "1" du dénominateur de l'intégrand. On a pratiquement :

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} (E_v - E)^{1/2} \exp\left(\frac{E - E_F}{K_B T}\right) dE \qquad \text{(A.3.2)}$$

Dans l'éq. (A.3.2), posons :

$\varepsilon' = E_V - E$ (A.3.3) ; $d\varepsilon' = -dE$ (A.3. 3′) ; $dE = -d\varepsilon'$ (A.3. 3″)

$E - E_F = (E - E_v) + (E_v - E_F) = -\varepsilon' + (E_v - E_F)$

(A.3.4)

Les bornes d'intégration p/r à ε' sont alors $+\infty$ et 0 et on a :

$$p = -4\pi\left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{+\infty}^{0} \varepsilon'^{1/2}\, e^{\frac{-\varepsilon'}{K_B T}} \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right] d\varepsilon'$$

(A.3.5)

Posons un 2e changement de variable du type suivant :

$$t'' = \frac{\varepsilon'}{K_B T} \qquad \text{(A.3.6)} ; \qquad \varepsilon' = (K_B T)\, t'' \qquad \text{(A.3.7)} ; \qquad d\varepsilon' = (K_B T)\, dt''$$

(A.3.8)

On a :

$$p = +4\pi\left(\frac{2m_h^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} t''^{1/2} e^{-t''} dt''\right] \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right]$$

(A.3.9)

L'intégrale entre crochets est la même que I de l'annexe 2. Elle vaut $\frac{1}{2}\pi^{1/2}$ (éq. (A.2.20)). En remplaçant dans l'éq. (A.3.9), on obtient :

$$p = 2\left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right]$$

(A.3.10)

soit

$$\boxed{p = N_v \exp\left[-\left(\frac{E_F - E_v}{K_B T}\right)\right]} \qquad \text{(A.3.11)}$$

avec

$$\boxed{N_v = 2\left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2}\right)^{3/2}} \qquad \text{(A.3.12)}$$

On retrouve les éqs. (1.1.3.10) et (1.1.3.10').

ANNEXE 4.a : Démonstration des relations (1.1.3.17) et (1.1.3.17′)

a.1) Relations (1.1.3.17)

Vu l'équation (v.1), l'éq. (1.1.3.15) s'écrit comme suit pour un semi conducteur dopé d'impuretés N uniquement :

$$n = \frac{1}{2}\left[N_d + \sqrt{N_d + 4n_i^2} \right] \qquad \text{(A.4.1)}$$

Comme $N_d \gg n_i$ selon l'éq. (v.2), on peut négliger $4n_i^2$ p/r à N_d^2 et on obtient :

$$\boxed{n = n_{no} \approx N_d \gg n_i} \qquad \text{(A.4.2)}$$

Ce sont bien les relations (1.1.3.17)

a.2) Relations (1.1.3.17′)

Dans l'éq. (1.1.3.16), si on remplace N_a par o (v.1), on a :

$$p = \frac{1}{2}\left[-N_d + \sqrt{N_d + 4n_i^2} \right] = \frac{1}{2}\left[-N_d + N_d\left(1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2} \right)^{1/2} \right] \qquad \text{(A.4.3)}$$

Avec $0 < \dfrac{4n_i^2}{N_d^2} \ll 1$, un développement du 2ème terme de la somme entre crochets dans l'éq. (A.4.3) en une série de Mc Laurin limitée au 1er ordre donne :

$$p \approx \frac{N_d}{2}\left[-1 + 1 + \frac{4n_i^2}{2N_d^2} \right] \qquad \text{(A.4.4)}$$

Et comme $p = p_{no} \ll n_i$ dans un semi conducteur dopé N, l'éq. (A.4.4) s'écrit :

$$\boxed{p = p_{no} \approx \frac{n_i^2}{N_d} \ll n_i} \qquad \text{(A.4.5)}$$

On retrouve bien les relations (1.1.3.17′)

ANNEXE 4.b : Démonstration des relations (1.1.3.18) et (1.1.3.18′)

b.1) Relation (1.1.3.18)

Pour un semi conducteur dopé d'impuretés P uniquement, avec la valeur $N_d = 0$ (éq. (v.3)), on a :

$$p = \frac{1}{2}\left[N_a + \sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} \right] \qquad \text{(A.4.6)}$$

Vu la relation (v.4), on peut négliger le terme $4n_i^2$ p/r à N_a^2 dans l'éq. (A.4.6) ; on obtient donc :

$$\boxed{p = p_{po} \approx N_a \gg n_i} \qquad \text{(A.4.7)}$$

L'éq. (A.4.7) forme bien les relations (1.1.3.18)

b.2) Relation (1.1.3.18′)

Pour le même semi conducteur P, avec $N_d = 0$, l'éq. (1.1.3.15) se note

$$n = \frac{1}{2}\left[-N_a + \sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} \right] = \frac{N_a}{2}\left[-1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_a^2} \right)^{1/2} \right] \qquad \text{(A.4.8)}$$

Comme $0 < \dfrac{4n_i^2}{N_a^2} \ll 1$, on développe le $2^{\text{ème}}$ terme de la somme du dernier membre de l'éq. (A.4.8) en une série de Mc Laurin limitée au 1^{er} ordre et, vu que $n \ll n_i$ dans un semi conducteur P, on a :

$$n \approx \frac{N_a}{2}\left(-1 + 1 + \frac{4n_i^2}{2N_a^2} \right) \qquad \text{(A.4.9)}$$

soit :

$$\boxed{n = n_{po} \approx \frac{n_i^2}{N_a} \ll n_i} \qquad \text{(A.4.10)}$$

Ce sont les relations (1.1.3.18′)

ANNEXE 5.a) Démonstration des relations (1.2.2.8)

Dans l'éq. (1.2.2.7), si on remplace $\rho(x)$ par ses expressions (1.2.2.3), on a :

a.1) Région / $x \leq -x_p$

$$E_1'(x) = \int o dx = (C^{te})_1 \quad \text{(A.5.1)}$$

Or, selon l'une des hypothèses caractérisant le modèle de jonction abrupte à 1-D, (voir § I.1.2.2), $\vec{E}_1'$ est nul en dehors de la Z.C.E. Donc :

$$E_1'(x) = 0;\ x \leq -x_p \qquad \text{(A.5.1')}$$

a.2) Région / $-x_p \leq x \leq 0$

$$E_1'(x) = \int \left(-\frac{qN_a}{\varepsilon_s} \right) dx = \frac{-qN_a}{\varepsilon_s} x + (C^{te})_2 \qquad \text{(A.5.2)}$$

Avec la C.L : $E_1'(-x_p) = 0$, on calcule $(C^{te})_2$ comme suit :

$$0 = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(-x_p) + (C^{te})_2,$$

soit :

$$(C^{te})_2 = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s} x_p \qquad \text{(A.5.3)}$$

et l'éq. (A.5.2) devient :

$$\boxed{E_1'(x) = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(x + x_p); -x_p \leq x \leq 0} \qquad \text{(A.5.4)}$$

a.3) Région/ $0 \le x \le x_n$

$$E_1'(x) = \int\left(-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}\right)dx = \frac{qN_a}{\varepsilon_s}x + (C^{te})_3 \qquad \text{(A.5.5)}$$

Avec la C.L : $E(x_n) = 0$, on obtient $(C^{te})_3$ comme suit :

$$0 = \frac{qN_a}{\varepsilon_s}x_n + (C^{te})_3,$$

soit :

$$(C^{te})_3 = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}x_n \qquad \text{(A.5.6)}$$

et l'éq. (A5.5) s'écrit :

$$\boxed{E_1'(x) = \frac{qN_d}{\varepsilon_s}(x - x_n);\ 0 \le x \le x_n} \qquad \text{(A.5.7)}$$

a.4) Région / $x > x_n$

$$E_1'(x) = \int o dx = (C^{te})_4 \qquad \text{(A.5.8)}$$

Comme E_1' est nul en dehors de la Z.C.E, $(C^{te})_4 = 0$ et on a :

$$\boxed{E_1'(x) = 0;\ x \ge x_n} \qquad \text{(A.5.9)}$$

Les résultats (A.5.1) ; (A.5.4) ; (A.5.7) et (A.5.9) constituent les identités (1.2.2.8).

ANNEXE 5.b) Démonstration des relations (1.2.2.12)

Dans l'éq. (1.2.2.11), si on remplace $E_1'(x)$ par ses expressions (1.2.2.8), on a :

b.1) Région / $x \le -x_p$

$$V_1(x) = -\int o dx = (C^{te})_5 \qquad \text{(A.5.10)}$$

Avec la C.L : $V_1(x \le -x_p) = 0$, on obtient $(C^{te})_5 = 0$ et l'éq. (A.5.10) s'écrit :

$$\boxed{V_1(x)=0;\ x\le -x_p} \qquad \text{(A.5.11)}$$

b.2) Région/ $-x_p \le x \le 0$

$$V_1(x)=+\int\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(x+x_p)dx=\frac{qN_a}{\varepsilon_s}\left(\frac{x^2}{2}+x_p x\right)+(C^{te})_6 \qquad \text{(A.5.12)}$$

Avec le fait que $V(-x_p)=0$, on calcule $(C^{te})_6$ comme suit :

$$0=\frac{qN_a}{\varepsilon_s}\frac{x_p^2}{2}-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}x_p^2+(C^{te})_6 \qquad \text{(A.5.13)}$$

soit

$$(C^{te})_6=\frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 \qquad \text{(A.5.13')}$$

et l'éq. (A.5.10) devient :

$$V_1(x)=\frac{qN_a}{2\varepsilon_s}(x^2+2x_p x+x_p^2) \qquad \text{(A.5.14)}$$

ou

$$\boxed{V_1(x)=\frac{qN_a}{2\varepsilon_s}(x+x_p)^2;\ -x_p\le x\le 0} \qquad \text{(A.5.14')}$$

b.3) Région / $0 \le x \le x_n$

$$V_1(x)-\int\frac{qN_d}{\varepsilon_s}(x-x_p)dx=-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}\left(\frac{x^2}{2}-x_n x\right)+(C^{te})_7 \qquad \text{(A.5.15)}$$

Avec le fait que $V_1(x\ge x_n)=0$, on calcule la $(C^{te})_7$ comme suit :

$$0=\frac{qN_d}{\varepsilon_s}\left(\frac{x_n^2}{2}-x_n^2\right)+(C^{te})_7 \qquad \text{(A.5.16)}$$

$$=-\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2+(C^{te})_7$$

soit :

$$(C^{te})_7=\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2 \qquad \text{(A.5.16')}$$

et l'éq. (A.5.15) devient :

$$V_1(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}\left(\frac{x^2}{2} - x_n x\right) + \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2$$

ou

$$\boxed{V_1(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}\left(x^2 - 2x_n x\right) + \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2;\ 0 \le x \le x_n} \qquad \text{(A.5.17)}$$

b.4) Région $/\, x_n \le x$

$$V(x) = -\int(0)dx = (C^{te})_8$$

La continuité de $V(x)$ partout sur le domaine de définition du dispositif, notamment en $x = x_n$, donne vu l'éq. (A.5.17) :

$$\boxed{V_1(x) = (C^{te})_8 = +\frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 + \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2;\ x_n \le x} \qquad \text{(A.5.18)}$$

Les résultats (A.5.11), (A.5.13), (A.5.16) et (A.5.18) forment bien l'éq. (1.2.2.12).

ANNEXE 5.c) : Démonstration des identités (1.2.1.13)

Etant donné l'équation (1.2.2.12), on a (ici) :

$$V_{bi} = V_1(x_n) - V_1(-x_p) = V_1(x_n) = \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 + \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2$$

$$= \frac{q}{2\varepsilon_s}\left[(N_d x_n)x_n + (N_a x_p)x_p\right] \quad \text{(A.5.18)}$$

Vu les éq. (1.2.2.9) et (1.2.2.10), on a :

$$\boxed{V_{bi} = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n W = \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p W = \frac{1}{2}\left|E_1'\right|_{\max} W} \qquad \text{(A.5.19)}$$

avec

$$\boxed{W = x_n + x_p} \qquad \text{(1.2.2.14)}$$

Par ailleurs, en partant de l'identité suivante issue de l'éq. (A.5.18) :

$$V_{bi} = +\frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2 + \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}x_n^2 \qquad \text{(A.5.20)}$$

puis en remplaçant x_n par l'expression $x_n = \frac{N_a x_p}{N_d}$ issue de l'éq.(1.2.2.9), on a :

$$V_{bi} = \frac{q}{2\varepsilon_s}\left(N_d\frac{N_a^2}{N_d^2}x_p^2 + N_a x_p^2\right) = \frac{q}{2\varepsilon_s}N_a^2 x_p^2\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right) \qquad \text{(A.5.21)}$$

et donc :

$$\boxed{V_{bi} = \frac{q}{2\varepsilon_s}N_a^2 x_p^2\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)} \qquad \text{(A.5.22)}$$

De même en partant toujours de l'éq. (A.5.20), puis en remplaçant x_p par $\frac{N_d}{N_a}x_n$ (expression issue de l'éq. (1.2.2.9), on a :

$$V_{bi} = \frac{q}{2\varepsilon_s}\left(N_a\frac{N_d^2}{N_a^2}x_n^2 + N_d x_n^2\right) = \frac{q}{2\varepsilon_s}N_d^2 x_n^2\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right) \qquad \text{(A.5.23)}$$

soit :

$$\boxed{V_{bi} = \frac{q}{2\varepsilon_s}N_d^2 x_n^2\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)} \qquad \text{(A.5.24)}$$

Les éqs. (A5.18) ; (A.5.19) ; (A.5.21) et (A.5.24) constituent bien les identités (1.2.2.13).

ANNEXE 5.d) : Démonstration de l'identité (1.2.2.15)

Partant des 1$^{\text{ères}}$ identités de l'éq. (A.5.19), on a :

$$x_n = \frac{2\varepsilon_s}{qW}V_{bi}\frac{1}{N_d} \qquad \text{(A.5.25)}$$

$$x_p = \frac{2\varepsilon_s}{qW}V_{bi}\frac{1}{N_a} \qquad \text{(A.5.26)}$$

En additionnant membre à membre les deux résultats et compte tenu de l'éq. (1.2.2.14), on a :

$$W = \frac{2\varepsilon_s}{qW}V_{bi}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right) \qquad \text{(A.5.27)}$$

En multipliant l'éq. (A.5.27) par W , puis en extrayant la racine carrée à membre, on obtient :

$$\boxed{W = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q} \left(\frac{N_a + N_d}{N_d N_a} \right) V_{bi} \right]^{1/2}} \qquad \text{(A.5.28)}$$

C'est bien l'éq. (1.2.2.15).

ANNEXE 6. Démonstration de l'expression (1.2.3.5)

Partant de l'expression (ix.7)

$$x'_p = \left[\frac{2\varepsilon_s}{q} \frac{N_d (V_{bi} - V)}{N_a (N_a + N_d)} \right]^{1/2} \qquad \text{(ix.7)}$$

et sachant que :

$$C_t = AqN_a \left| \frac{dx'_p}{dV} \right| \qquad \text{(ix.11)}$$

on a :

$$\frac{dx'_p}{dV} = -\frac{1}{2} \left[\frac{2\varepsilon_s N_d}{qN_a (N_a + N_d)} \right] \left[\frac{2\varepsilon_s}{q} \frac{N_d (V_{bi} - V)}{N_a (N_a + N_d)} \right]^{-1/2}$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{2\varepsilon_s N_d}{qN_a (N_a + N_d)} \right] \left[\frac{q}{2\varepsilon_s} \frac{N_a (N_a + N_d)}{N_a (V_{bi} - V)} \right]^{1/2} \qquad \text{(A.6.1)}$$

soit après simplifications :

$$\frac{dx'_p}{dV} = -\frac{1}{2} \left[\frac{2\varepsilon_s}{q} \frac{1}{(V_{bi} - V)} \frac{N_d}{N_a (N_a + N_d)} \right]^{1/2} \qquad \text{(A.6.1')}$$

ou

$$\frac{dx'_p}{dV} = -\left[\frac{\varepsilon_s}{2q} \frac{1}{(V_{bi} - V)} \frac{N_d}{N_a (N_a + N_d)} \right]^{1/2} \qquad \text{(A.6.2)}$$

Un remplacement dans l'éq. (ix.11) donne :

$$C_t = A \left[\frac{q\varepsilon_s}{2} \frac{N_a N_d}{(N_a + N_d)} \frac{N_d}{(V_{bi} - V)} \right]^{1/2} \qquad \text{(A.6.3)}$$

C'est bien l'éq. (1.2.3.5).

ANNEXE 7 : Démonstration des équations (x.17) et (x.18)

a) Relation (x.17)

De l'éq. (x.16), on trouve n_{po} comme suit :

$$n_{po} = \frac{n_i^2}{p_{po}} \qquad \text{(A.7.1)}$$

Comme $p_p \approx p_{po}$, en tenant compte du résultat (A.7.1) dans l'éq. (x.15), on trouve :

$$\boxed{n_p = n_{po} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right)} \qquad \text{(A.7.2)}$$

C'est bien l'éq. (x.17).

b) Relation (x.18)

De la même façon qu'en a), dans l'éq. (x.16), on tire p_{no} comme suit :

$$p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} \qquad \text{(A.7.3)}$$

Comme $n_n \approx n_{no}$, en tenant compte du résultat (A.7.2) dans l'éq. (x.15′), on a :

$$\boxed{p_n = p_{no} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right)} \qquad \text{(A.7.4)}$$

C'est bien l'éq. (x.18).

ANNEXE 8 : Démonstration de l'éq. (xii.6)

L'éq. (1.2.3.12) étant une E.D du 2ème ordre, homogène et à coefficient constants, posons une solution du type :

$$\Delta p_n = cr^{\lambda x} \qquad \text{(A.8.1)}$$

On a :

$$\frac{d^2\Delta p_n}{dx^2} = cr^2 e^{rx} \qquad \text{(A.8.2)}$$

En remplaçant Δp_n et sa dérivée seconde par les expressions précédentes dans l'éq. (1.2.3.12), nous obtenons après simplifications l'équation algébrique ci-après, dite équation caractéristique (de l'E.D initiale) :

$$r^2 - \frac{1}{L_p^2} = 0 \qquad \text{(A.8.3)}$$

Ses racines sont :

$$r_3 = \frac{1}{L_p} \qquad \text{(A.8.4.1)}$$

$$r_4 = -\frac{1}{L_p} \qquad \text{(A.8.4.2)}$$

Pour l'E.D (1.2.3.12) on a deux solutions L.I : l'une $\sim e^{r_3 x}$ et l'autre $\sim e^{r_4 x}$
Ainsi la solution générale de cette E.D est une comb. lin. des deux solutions L.I

$$\boxed{\Delta p_n = p_n(x) - p_{no} = A_2 e^{\frac{x}{L_p}} + B_2 e^{-\frac{x}{L_p}}} \qquad \text{(A.8.5)}$$

C'est bien l'éq. (xii.6)

ANNEXE 9 : Démonstration des éq. (xii.9) et (xii.10)

a) Relation (xii.9)

Partant de l'éq. (xii.7) :

$$n_p(x) - n_{po} = A_1 e^{\frac{x}{L_n}} \qquad \text{(xii.7)}$$

et tenant compte de la C.L (x.17) (en $x = -x_p$) :

$$n_p = n_{po} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) \qquad \text{(x.17)}$$

on a :

$$n_{po} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right) - n_{po} = A_1 e^{\frac{-x_p}{L_n}} \qquad \text{(A.9.1),}$$

soit :

$$A_1 = e^{+\frac{x_p}{L_n}} n_{po} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.9.2)}$$

En remplaçant A_1 par cette expression dans l'éq. (xii.7) on a :

$$n_p(x) = n_{po} + n_{po} e^{\frac{x_p}{L_n}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{\frac{x}{L_n}} \qquad \text{(A.9.3)}$$

C'est bien la relation (xii.9).

b) Relation (xii.10)

De la même façon, en partant de la relation (xii.8) :

$$p_n(x) - p_{no} = B_2 e^{-\frac{x}{L_p}} \qquad \text{(xii.8)}$$

Puis en utilisant la C.L (x.18) (en $x = +x_n$)

$$p_n = p_{no} \exp\left(\frac{qV}{K_B T}\right), \text{(x.18),}$$

on a :

$$p_{no} e^{\frac{qV}{K_B T}} - p_{no} = B_2 e^{-\frac{x_n}{L_p}} \qquad \text{(A.9.4)}$$

soit :

$$B_2 = e^{+\frac{x_n}{L_p}} p_{no} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.9.5)}$$

En remplaçant B_2 par cette expression dans l'éq. (xii.8) on a :

$$p_n(x) = p_{no} + p_{no} e^{+\frac{x_n}{L_p}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}} \qquad \text{(A.9.6)}$$

C'est la relation (*xii*.10).

ANNEXE 10. Démonstration des équations (1.2.3.13) et (1.2.3.14)

a) Relation (1.2.3.13)

En dérivant l'éq. (*xii*.9) membre à membre p/r à x, puis en posant $x = -x_p$ dans le résultat, on a :

$$\left. \frac{\partial n_p}{dx} \right|_{x=-x_p} = \frac{n_{po}}{L_n} e^{\frac{x_p}{L_n}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{-\frac{x_p}{L_n}} = \frac{n_{po}}{L_n} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.10.1)}$$

D'où, en remplaçant cette dérivée par son expression dans l'éq. (xii.11) on obtient :

$$j_n = \frac{q D_n n_{po}}{L_n} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.10.2)}$$

C'est bien la relation (1.2.3.13).

b) Relation (1.2.3.14)

De même la dérivée membre à membre de l'éq.(xii.10) p/r à x en $x = +x_n$ est :

$$\left. \frac{dp_n}{dx} \right|_{x=+x_n} = -\frac{p_{no}}{L_p} e^{+\frac{x_n}{L_p}} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) e^{-\frac{x_n}{L_p}} = \frac{p_{no}}{L_p} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.10.3)}$$

Un remplacement de cette dérivée par son expression dans l'éq. (xii.12) donne :

$$j_p = +q D_p P_{no} \left(e^{\frac{qV}{K_B T}} - 1 \right) \qquad \text{(A.10.4)}$$

C'est bien la relation (1.2.3.14).

ANNEXE 11 : Démonstration des éq. (1.2.3.16)

Partant des identités (x.16), on a :

$$p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} \qquad \text{(A.11.1)}$$

$$n_{po} = \frac{n_i^2}{p_{po}} \qquad \text{(A.11.2)}$$

Vu que $n_{no} = N_a$ et $p_{po} = N_d$, un remplacement de p_{no} et n_{po} par les expressions précédentes dans l'éq. (1.2.3.15) donne :

$$\boxed{j_s = qn_i^2\left(\frac{D_n}{L_n N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d}\right)} \qquad \text{(A.11.3)}$$

Par ailleurs, vu les éq. (xi.12) et (xi.12′), on a :

$$L_p = (D_p \tau_p)^{1/2} \qquad \text{(A.11.4)}$$

$$L_n = (D_p \tau_n)^{1/2} \qquad \text{(A.11.4′)}$$

En remplaçant L_n et L_p par ces expressions dans l'éq. (A.11.3) on obtient :

$$\boxed{j_s = qn_i^2\left[\frac{D_n}{L_n N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d}\right] = qn_i^2\left[\left(\frac{D_n}{\tau_n}\right)^{1/2}\frac{1}{N_a} + \left(\frac{D_p}{\tau_p}\right)^{1/2}\right]\frac{1}{N_d}} \qquad \text{(A.11.5)}$$

On retrouve donc les identités (1.2.3.16).